



I above I,
나를 뛰어넘어 새로운 나를 만나다



06974 서울특별시 동작구 흑석로 84 TEL. 02) 820-6393

<http://admission.cau.ac.kr>(입학안내)

발행처: 중앙대학교 입학처

BECAUS
CHUNG-ANG UNIVERSITY

2020학년도
중앙대학교
논술가이드북
자연계열

2020학년도 중앙대학교 논술가이드북(자연계열)



I above I,
나를 뛰어넘어 새로운 나를 만나다



2020 BECAUS

2020학년도 중앙대학교 논술가이드북(자연계열)

CHUNG-ANG UNIVERSITY

입학처장 메시지	004
출제위원장 메시지	005

I. 중앙대학교 논술의 이해와 대비방법

1. 중앙대학교 자연계열 논술	007
2. 자연계열 논술 문항의 구성	007
3. 논술 시험에 대한 조건과 중요한 TIP	008

II. 2019학년도 논술전형 결과 분석

1. 모집인원 및 경쟁률	010
2. 지원자 및 합격자 분포	011
3. 논술/교과 성적 현황	013

III. 2019학년도 논술전형 문제 해설

1. 합격수기(자연계열)	016
2. 자연계열 I(오전)	017
• 문제	017
• 해설	029
3. 자연계열 II(오후)	044
• 문제	044
• 해설	056

IV. 2020학년도 모의논술 문제 해설

• 2020학년도 모의논술 문제	075
• 2020학년도 모의논술 해설	086

남들과 비교하기 보다는
어제의 나와 비교하고
상식에 기대기 보다는
다름에서 가능성을 발견하는 것
그것이 바로, 대체불가능한
창의 인재 중앙의 힘

I abOve I,
나를 뛰어넘어
새로운 나를 만나다

입학처장 메시지

수험생 여러분!

안녕하세요, 반갑습니다.

중앙대학교 입학처장, 의과대학 의학부 백광진 교수입니다.

대학교육의 변화와 혁신을 선도하고 있는 중앙대학교가 새로운 100년의 첫 걸음인 2019년에, 2020학년도 논술가이드북을 출간합니다. 논술전형은 수험생의 논리적 사고력을 가늠할 수 있는 훌륭한 도구이며, 논리적 사고능력은 대학에서의 학업습득에 필수적이고 사회활동을 위한 기본적 자질이라고도 생각합니다. 논술능력은 대학입학뿐만 아니라 4차 산업혁명 시대의 선도적 역할을 감당할 수험생 자신의 미래를 위해서도 배양해야만 하는 중요한 기초 소양 중 하나입니다.

중앙대학교는 수시모집에서 논술전형을 실시하며, 827명을 선발합니다. 이는 단일 모집 전형에서 가장 규모가 큰 전형이며, 전형요소와 반영비율은 논술 60%, 학생부 40%입니다. 논술전형에 학생부를 반영하지만 그 비중이 크지 않으며, 논술고사를 탄실하게 준비하는 학생에게 유리하도록 전형이 구성되어 있습니다. 또한, 항상 그러했듯이 이번 2020학년도 논술에서도 우리 중앙대학교는 학생들의 부담을 덜어주고, 공교육 정상화에 기여하는 방향으로 문제를 출제할 것입니다.

불필요한 혼란을 방지하기 위해 중앙대학교는 그동안 논술 시험에 관한 모든 정보를 공개해왔습니다.

올해에도 중앙대학교는 다음 세 가지를 지키고자 합니다.

1. 출제 범위는 고등학교 교과 수준을 넘지 않는다.
2. 고등학교 교육과정을 온전하게 이수한 학생이라면 해결할 수 있는 수준에서 출제한다.
3. 논술 문제, 예시 답안, 채점 기준을 포함하여 평가기준에 관한 모든 정보를 공개한다.

중앙대학교는 이미 4월에 30,000여 명의 고등학생을 대상으로 모의 논술시험을 실시하여 30여 명의 교수진이 학생의 답안에 대해 평가 및 첨삭을 시행한 바가 있습니다. 그리고 그 결과를 논술가이드북에 담았습니다. 뿐만 아니라 논술가이드북에 기존 출제 문제, 올해 출제 방향, 채점 기준 등을 제시하였으며, 감점이나 가산점의 요인까지 상세히 소개하였습니다. 수험생들은 이를 통해서 2020학년도 중앙대학교 논술시험 문제를 예측할 수 있고, 학교 교과 학습을 통해 시험을 준비할 수 있을 것입니다. 단언하건대, 중앙대학교 논술가이드북은 논술 시험을 준비하는 학생들에게 가장 좋은 지침서입니다.

2020학년도 중앙대학교 논술가이드북이 <IOI : I abOve I > 나를 뛰어 넘어 새로운 나를 만나실 수험생 여러분을 - 지나온 100년 역사와 더불어 새로운 100년을 꿈꾸는 - '중앙대학교'로 안내할 것이라고 확신합니다.

중앙대학교에서 뵙겠습니다.

감사합니다.

중앙대학교 입학처장 백 광 진

자연계열 출제위원장 메시지

수험생 여러분, 안녕하십니까?

중앙대학교 논술 자연계열 출제위원장 김영화 교수입니다. 올해 입시를 준비하느라 긴장과 중압감 속에서 최선을 다하고 있을 수험생 여러분께 먼저 깊은 위로와 격려의 마음을 전하며, 이 지면을 통해 간략하게나마 중앙대학교 자연계열 논술 전형을 준비하는 수험생들에게 도움이 될 말씀을 드리고자 합니다.

2020학년도 본교 자연계열 논술 문항은 수험생과 진학지도 선생님들의 부담을 덜어 드리고, 사교육을 방지하는 고교 공교육 정상화를 위해 단일 교과형으로 출제할 것입니다. 아울러, 올해 자연계열 논술의 제시문은 예년과 같이 모두 고교 교과서에서 발췌하여 사용할 것이며, 변경된 교육과정을 반영하여 출제할 것입니다. 논술 출제진과 검토진은 본교 교수와 각 교과목별 고교 선생님들로 구성되므로 고교 과정을 벗어나는 문항은 출제되지 않을 것입니다. 특히 수험생들이 관심을 갖는 과학 I과 과학 II의 출제 비중은 약 3:1 정도가 될 것이며, 과학 II 교과서에서 발췌하여 사용하는 제시문은 과학 I의 지식을 갖고 있는 학생이 이해하고 풀 수 있는 수준으로 윤문 과정을 거쳐 제시될 것입니다.

전체 문항의 구성은 다음과 같습니다.

수학과 관련된 문항 [문제 1], [문제 2], [문제 3]은 지원자가 모두 풀어야 하는 문제로서 배점은 각각 20점, 25점, 25점입니다. 지원자가 원서 접수 시 선택한 과학 과목 중 한 과목을 풀 수 있는 [문제 4]는 생명과학, 화학, 물리에 해당하는 문제로서 배점은 30점입니다. 과학 과목별 난이도는 최대한 유사하게 유지하도록 할 것이며, 선택 과목에 따른 유효비가 없도록 표준화 점수를 사용할 것이니, 수험생 여러분께서는 본인이 가장 자신이 있는 과학 과목을 선택하면 될 것입니다.

이번에 발간되는 2020학년도 중앙대학교 논술 가이드북에는 자연계열 논술의 기본 방향과 취지는 물론 올해 모의논술 문제와 예시답안 등이 담겨 있습니다. 수험생 여러분의 논술 준비에 도움을 드리고자 정성껏 제작한 이 책이 중앙대학교 입학을 희망하며 논술을 준비하는 수험생 여러분들에게 큰 도움이 되기를 진심으로 바랍니다.

끝으로, 오랜 기간 동안 준비하여 온 대학 입시에 성공하기를 기원하며, 모쪼록 건강에 유의하면서 최선을 다해 주기를 진심으로 바랍니다. 수험생 여러분의 건투를 기원합니다. 파이팅!

중앙대학교 자연계열 논술출제위원장 김 영 화

1. 중앙대학교 논술의 이해와 대비방법

- 1. 중앙대학교 자연계열 논술 007
- 2. 자연계열 논술 문항의 구성 007
- 3. 논술 시험에 대한 조언과 중요한 TIP 008

중앙대학교 논술의 이해와 대비방법

1. 중앙대학교 자연계열 논술은?

중앙대학교가 수시모집전형에서 논술 전형을 계속 유지하는 가장 큰 이유는 중앙대학교 논술 전형이 미래지향적인 인재를 선발하는 효율적인 평가 방식이라고 확신하기 때문이다. 오랜 기간 논술전형의 관리 역량을 축적해 온 중앙대학교는 논술 전형을 통하여 우수한 학생을 성공적으로 선발해 오고 있다. 이는 논술 전형을 통해 입학한 학생들의 본교 입학 후 학업 성취도에서 증명되고 있다.

중앙대학교 2020학년도 논술 전형 시험의 전체적인 출제 방향 및 평가목표는 향후 중앙대학교에 진학하여 학문을 탐구하는 데 있어서 부족함이 없는 인재를 합리적이고 객관적으로 선발하는 데 맞춰져 있다. 구체적으로 중앙대학교 자연계열 논술 시험에서는 수험생들이 고교과정에서 배운 수학과 과학의 기본 개념들을 잘 이해하고 있는가, 기본 개념들과 문항 또는 제시문을 통해 이해한 내용을 바탕으로 논리적 사고를 전개할 수 있는가, 문제를 창의적으로 해결할 수 있는가, 자신이 생각한 바를 언어나 수식을 통해 논리적으로 기술할 수 있는가의 여부를 중점적으로 평가할 것이다.

기본적으로는 수학, 과학, 물리·화·생, 화학·생·생명과학·지구과학과 EBS 교재에서 내용을 발췌하여 사용할 것이다.

중앙대학교 자연계열 논술전형에 관심을 갖고 준비중인 수험생들은 잘 알고 있는 바와 같이, 중앙대학교 자연계열 논술의 기본 성격은 2014학년도까지는 여러 교과목에 대한 제시문을 통합적으로 이해하여야 풀 수 있는 통합형 논술이었다. 그러나, 학교시험, 수능준비와 함께 통합형 논술을 준비해야 하는 수험생의 부담과 논술을 지도하시는 일선 교사 선생님들의 고충을 덜어드리기 위해 오랜 논의를 거쳐 2015학년도 논술시험부터 과거 통합형의 틀을 벗어나 단일 교과형 논술 문항을 출제하기로 결정하였고, 이를 2014년 봄에 시행된 모의논술부터 적용하였다.

중앙대학교 자연계열 논술을 준비하는 수험생들이 이렇게 변화된 포맷에 익숙해지기 위해서는 반드시 2014년 봄 이후 치러진 모의논술 및 본 논술 문항을 풀이하여야 하며, 매년 발행하는 논술가이드북의 내용을 적극적으로 활용하는 것이 올해 논술에서 좋은 결과를 얻을 수 있는 필수사항이다. 전년도 발간된 2019학년도 중앙대학교 논술 가이드북은 방대한 내용과 자세한 설명으로, 중앙대학교 논술을 준비하는 수험생과 이를 활용하여 학생들을 지도하시는 선생님들께 큰 도움이 될 것이라 확신하며 정성껏 제작한 책이다. 또한 올해 발행될 2020학년도 논술 가이드북을 통하여 제시하게 될 논술 출제 형식은 본 논술에서 반드시 유지할 것이며, 이는 논술 시험에 대한 예측 가능성을 제고함으로써 수험생들이 사교육에 의존하는 것을 방지하는 데 가장 큰 목적이 있다. 수험생들은 학교에서 습득한 교과목의 지식을 바탕으로 논술 가이드북의 정보를 잘 활용한다면 중앙대학교의 논술전형에서 좋은 결과를 얻을 수 있을 것이다.

2. 자연계열 논술 문항의 구성

중앙대학교 자연계열 논술 문항의 전체적인 구성은 다음과 같다.

[문제 1], [문제 2], [문제 3]은 수학과 관련된 문항으로서 지원자가 모두 풀어야 하는 문제이며 배점은 각각 20점, 25점, 25점이다. [문제 4]는 물리, 화학, 생명과학 가운데 지원자가 원서 접수 시 본인이 선택한 과목을 풀 수 있는 문제이며 배점은 30점이다. [문제 1]은 가장 쉬운 문항으로서 확률, 경우의 수, 기댓값 등에 관한 문제가 출제된다. [문제 2], [문제 3]은 고교 수학 전반에 관하여 출제되는 문항으로서 [문제 1]에 비하여 상대적으로 난이도가 높은 문항이 출제되며, 각각 소문항 두 개로 구성된다. [문제 4]는 물리, 화학, 생명과학에 해당하는 문항으로서 수험생은 원서 접수 시 본인이 선택한 과목의 문제를 풀면 된다. [문제 4]도 두 개의 소문항으로 구성된다.

특히 [문제 1]에서 확률, 경우의 수, 기댓값 등에 관한 문제를 출제하는 이유는, 문제에서 설명되고 주어지는 정보를 수험생들이 정확하게 이해하고 문제풀이에 적용하는 이해력과 응용력을 측정하기 위함이다. 어려운 수학 문제를 잘 풀어 내는 학생들도 이러한 유형의 문제처럼, 정보를 주고 풀어야 할 목표를 제시

하면 의외로 당황하여 난감해하는 경우가 많다. [문제 2], [문제 3]은 수험생들에게 가장 익숙한 형태의 문항이 될 것이며, [문제 4]는 물리, 화학, 생명과학 가운데 한 과목의 문제를 풀면 된다. 과목별 난이도가 최대한 비슷하도록 출제할 것이나, 선택과목에 따른 유리 또는 불리가 발생하지 않도록 [문제 4]의 점수는 표준화 점수를 부여한다.

3. 논술 시험에 대한 조언과 중요한 TIP

중앙대학교 논술시험의 시간은 두 시간, 즉 120 분으로 제한되어 있으며, 자연계열 논술 시험에서는 답안 작성 시, 인문계열처럼 원고지 작성법, 맞춤법 등으로 인한 감점사항은 없다. 수험생에게 제공되는 답안지는 각 문항별로 답안을 작성해야 하는 영역이 나뉘어져 있으며, 수험생들은 반드시 해당 문항의 답안지 영역 내에 자유롭게 본인의 답안을 적어 제출하면 된다.

논술시험을 성공적으로 치르기 위해서 고려할 사항은 많이 있으나, 가장 중요한 것이 무엇인지 살펴보자.

먼저 시간을 효율적으로 활용하여야 한다. 보통 때는 두 시간이 길게 느껴 질 수도 있지만, 긴장과 집중이 최고도에 달하는 논술시험장에서의 2시간은 상대적으로 금방 지나가는 것처럼 느껴질 것이다. 문제를 푸는 순서를 미리 정해서 시험에 임하는 것도 좋은 전략이다.

가장 좋은 문제 풀이 순서는 [문제 1], [문제 4], [문제 2], [문제 3] 또는 [문제 4], [문제 1], [문제 2], [문제 3] 이다. 그 이유는 [문제 1]은 상대적으로 가장 쉬운 문제이며, [문제 4]는 수험생이 직접 선택한 가장 자신이 있는 과목이기 때문이다. 상대적으로 어려운 [문제 2], [문제 3]이 시간이 많이 소요될 것이라는 생각에 먼저 풀려고 하는 것은 추천하고 싶지 않은 전략이다. 왜냐하면 어려운 문제를 먼저 대하게 되면 쓸데없는 자신감의 상실로 이어질 가능성이 높기 때문이다. 또한 막히는 문제를 만났을 때 지나치게 그 문제에 오랜 시간을 소비하는 것은 좋지 않다. 결과적으로, 총점이 높은 학생이 합격하게 되므로 상대적으로 쉬운 문제에서 감점 요인을 최소화하여 고득점을 올리는 것이 차라리 낫기 때문이다.

전통적으로 중앙대학교 자연계열 논술시험의 첫 번째 문항인 [문제 1]은 출제되는 문항들 가운데 가장 쉬운 문제에 속한다. 이는 극도로 긴장하고 시험에 임하는 수험생들의 긴장을 완화시켜 주고자 하는 배려에 따른 것이다. 이처럼 [문제 1]은 쉬운 문제이므로 수험생들은 절대 긴장하지 말고 풀어야 한다.

논술시험에서 가장 변별력이 있는 문항이 어떤 문항인지를 생각해 보라고 하면, 보통 가장 어려운 문제가 변별력이 있다고 대답할 것이다. 아주 틀린 이야기는 아니지만, 생각을 뒤집어보면 오히려 가장 쉬운 문제가 의외로 큰 변별력을 가질 수도 있다는 것을 이해할 수 있다. 중앙대학교 자연계열 논술 문항 가운데 가장 중요한 문항은 바로 [문제 1]이다. 가장 쉬운 문제이므로, 최대한 고득점을 받을 수 있는 답안을 작성해야 하는데, 또 한 가지 고려해야 할 것이 바로 시간이다. 상대적으로 시간이 많이 소요될 [문제 2], [문제 3]의 풀이에 필요한 시간을 확보하기 위해서는 [문제 1]을 가능한 빨리 풀어야 하기 때문이다. 경쟁이 치열한 논술전형에서 합격권에 들어오기 위한 필요 조건은 배점이 20점인 [문제 1]을 가능한 빠른 시간에 풀어서 최소한 15점 정도를 받아야 한다는 것이다.

앞서 설명한 바와 같이, 논술 문항을 풀다 보면 막히는 문제를 만날 수도 있다. 그런 일이 발생했을 때 스스로를 긴장시키는 실수를 범해서는 안 된다. 제한된 시간 내에 자신의 실력을 제대로 발휘하는데 가장 큰 적은 긴장하는 것이다. 내게 어려운 문제는 다른 수험생들에게도 어려울 것이라고 생각하며 긴장하지 말아야 한다.

기출 문제를 반드시 풀어 보아야 하는 것도 필수적이다. 앞서 언급한 바와 같이, 중앙대학교 자연계열 논술은 2015학년도 입시부터 포맷이 변경되었으므로, 수험생들은 2014년 봄에 치러진 모의논술 이후의 기출문제들을 풀어보아야 한다. 논술가이드북에는 기출문제 일부와 새롭게 만든 예시 문항에 대한 해설, 설명, 접근 방법 등의 내용이 매우 세밀하고 자세하게 제시될 것이니, 이를 잘 활용하는 것도 필수사항이라 하겠다.

2020학년도 중앙대학교 논술가이드북(자연계열)

CHUNG-ANG UNIVERSITY

II. 2019학년도 논술전형 결과 분석

1. 모집인원 및 경쟁률	010
2. 지원자 및 합격자 분포	011
3. 논술/교과 성적 현황	013

2019학년도 논술전형 결과 분석

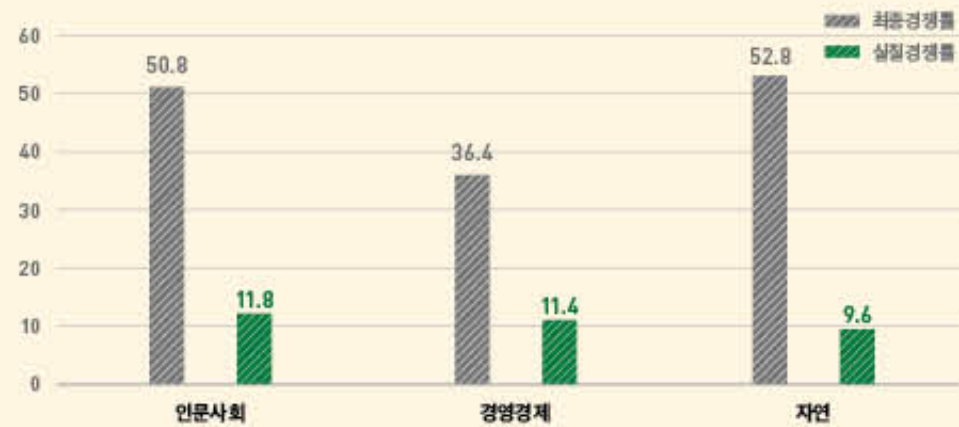
1. 모집인원 및 경쟁률

- 논술전형 경쟁률 47.8:1 (886명 모집, 42,399명 지원)
- 지원 인원 대비 실질 경쟁률은 10:1 안팎으로 대폭 감소

[표 1-1] 논술전형 경쟁률 및 추가합격률

논술유형	모집인원	지원인원	경쟁률	추가 합격률
인문사회	206	10,473	50.8	35%
경영경제	243	8,834	36.4	17%
자연	437	23,092	52.8	37%
총계	886	42,399	47.8	31%

[그림 1-1] 2019학년도 논술전형 경쟁률 및 실질경쟁률



2019학년도 논술전형의 경쟁률은 전체 47.8대 1로, 전년도(52.2:1)보다 하락하였다.

논술전형의 경쟁률은 수시모집 타 전형에 비해 높지만, 실질경쟁률은 경쟁률의 50%이하 수준이기 때문에 원서접수 마감 후 공지되는 경쟁률에 주목할 필요는 없다. 계열별 경쟁률과 실질경쟁률(응시율/수능최저기준 적용)을 비교해보면 인문사회논술은 50.8:1→11.8:1, 경영경제논술은 36.4:1→11.4:1, 자연계논술은 52.8:1→9.6:1로 대폭 낮아진 경쟁률을 보였다.

[그림 1-2] 인문계열 경쟁률 상위 5개 모집단위(학과)



[그림 1-3] 자연계열 경쟁률 상위 5개 모집단위(학과)



계열별 경쟁률이 가장 높은 다섯 개 학과는 [그림 1-2], [그림 1-3]에서 확인할 수 있다. 인문계열에서는 경영경제계열의 학과보다는 인문사회계열 학과의 경쟁률이 높았다. 또한, 미디어커뮤니케이션학부(前 신문방송학부)와 심리학과는 6년 연속 최상위 경쟁률을 보였다. 자연계열에서는 의학과 화학, 생명과학 관련 학과가 매년 많은 학생들이 지원을 하고 있으며, 새로 확대 개편된 소프트웨어학부도 많은 학생들이 지원하였다.

2. 지원자 및 합격자 분포

- 지원자 및 합격자의 약 70% 일반고 출신 학생이 차지
- 지원자 및 합격자의 약 38% 고3(졸업예정자)으로 나타남[인문, 자연 합격자의 41%, 34% 고3(졸업예정자)]

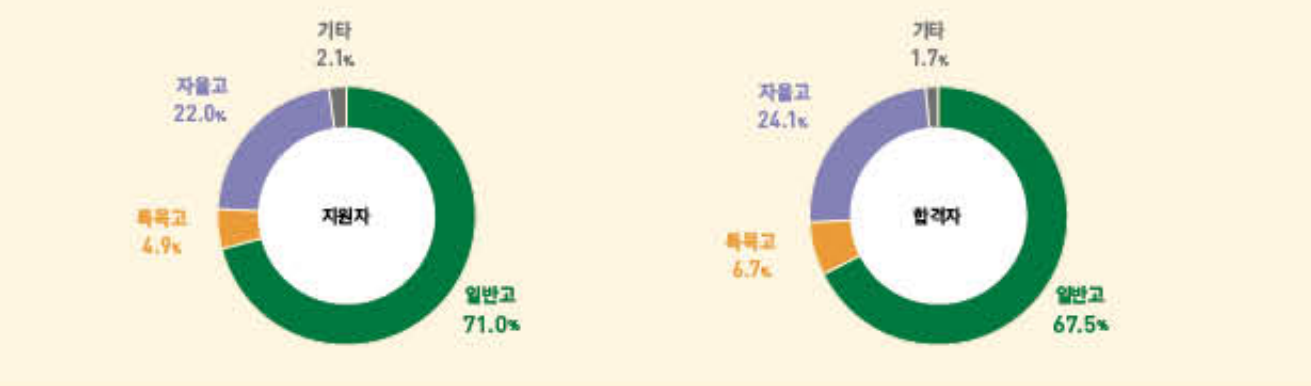
가. 고교 유형별 분석

합격자의 68%가 일반고 출신이며 24%가 자율고, 7%가 특목고 출신 학생이었다. 특목고의 지원 및 합격비율은 인문계열에서 높게 나타났으며, 자연계열 합격자 중 특목고 출신 학생의 비율은 낮다.

[표 2-1] 논술전형 지원/합격자의 고교유형별 현황(%)

계열	지원				합격			
	일반고	특목고	자율고	기타	일반고	특목고	자율고	기타
인문	70.4%	9.3%	17.7%	2.7%	66.5%	11.6%	19.6%	2.2%
자연	71.5%	1.3%	25.5%	1.7%	68.6%	1.6%	28.7%	1.1%
계	71.0%	4.9%	22.0%	2.1%	67.5%	6.7%	24.1%	1.7%

[그림 2-1] 논술전형 지원/합격자의 고교유형별 현황



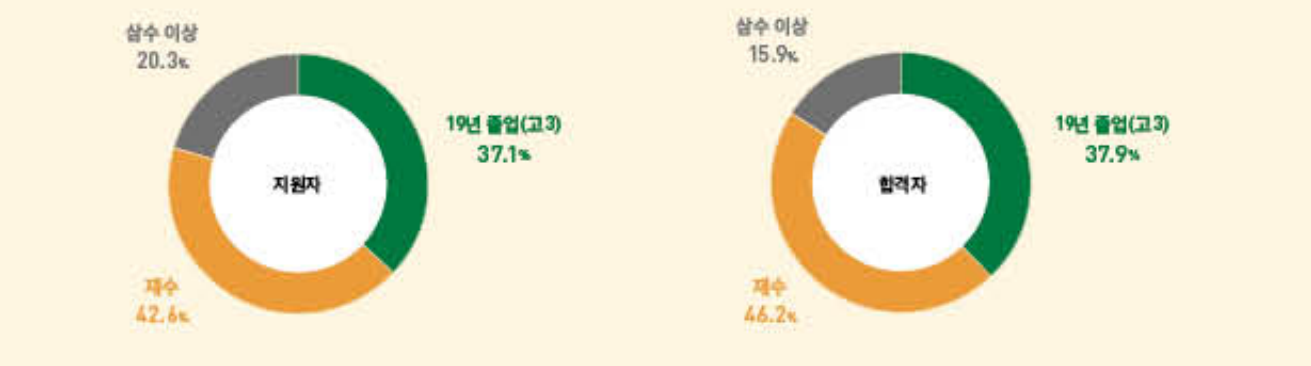
나. 고교 졸업시기별 분석

합격자 중 38%가 고3(졸업예정자) 학생이었다. 2018학년도부터 2019학년도까지 재수 생이 다소 강세를 보였다(지원 42.6%, 등록 46.2%). 계열 별로도 인문계열과 자연계열 모두 재수 지원자의 비율이 다소 높았다.

[표 2-2] 논술전형 지원/합격자의 고교졸업시기별 현황(%)

계열	지원			합격		
	19년 졸업(고3)	재수	삼수 이상	19년 졸업(고3)	재수	삼수 이상
인문	39.8%	41.4%	18.8%	41.3%	41.5%	17.2%
자연	34.8%	43.7%	21.5%	34.4%	50.9%	14.7%
계	37.1%	42.6%	20.3%	37.9%	46.2%	15.9%

[그림 2-2] 논술전형 지원/합격자의 고교졸업시기별 현황



3. 논술/교과 성적 현황

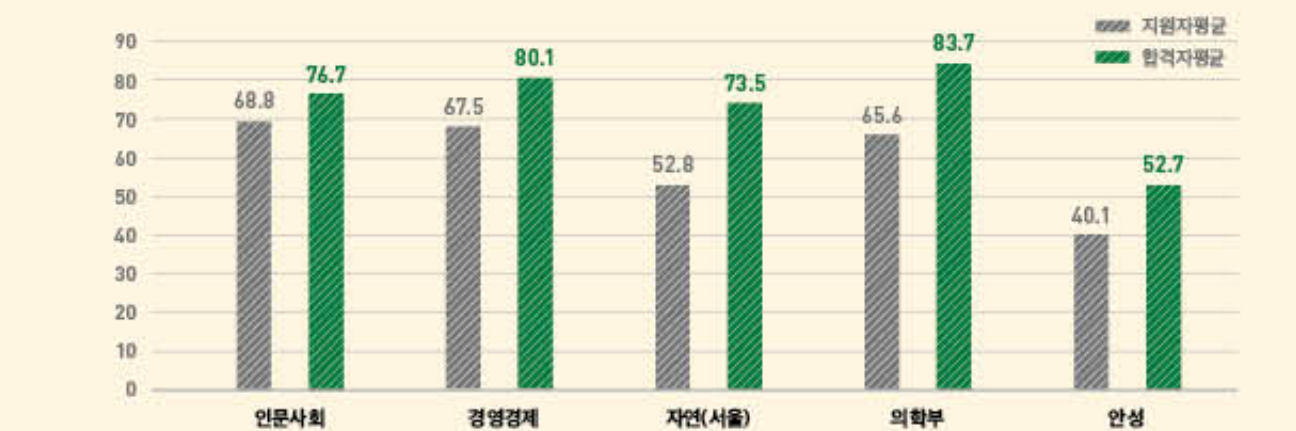
- 합격자 논술 평균 인문사회 76.7점, 경영경제 80.1점, 자연(서울/의학부 제외) 73.5점
- 경영경제, 자연계열 논술 수리문항의 고득점이 중요
- 교과 성적은 상위 10과목만 반영

가. 논술 성적 분석

[표 3-1] 논술 유형별 지원/합격자 논술성적 현황

구분		지원		합격	
		평균	표준편차	평균	표준편차
인문사회계열		68.8	7.3	76.7	3.1
경영경제계열		67.5	9.1	80.1	2.0
자연계열	서울(의학부 제외)	52.8	14.5	73.5	6.4
	의학부	65.6	13.8	83.7	1.9
	안성	40.1	12.8	52.7	7.6

[그림 3-1] 논술 유형별 지원/합격자 논술성적 현황



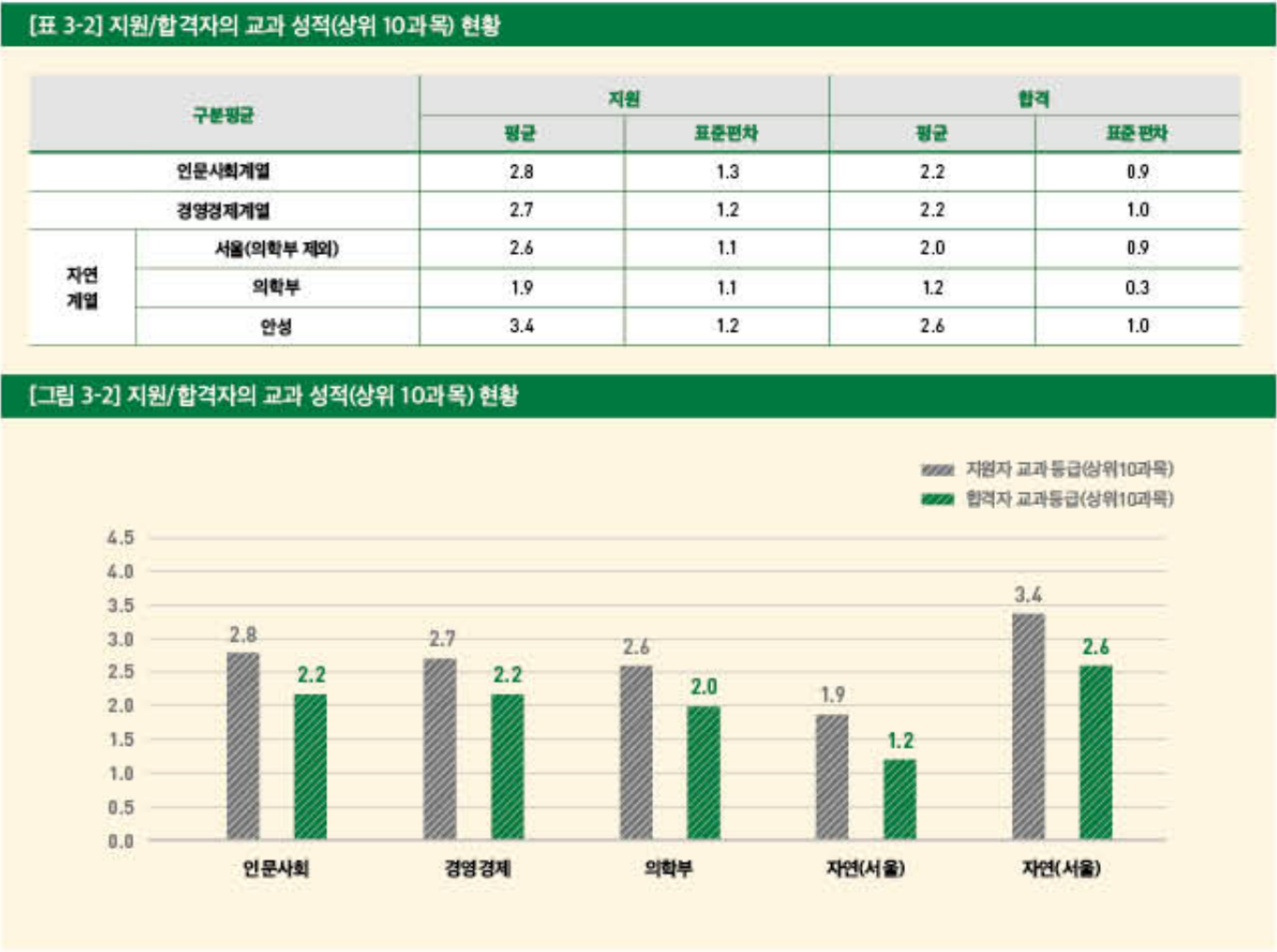
본교는 쉬운 논술을 추구하고 있다. 논술전형에 출제되는 발제 지문 및 개념은 모두 고교과정의 교과서, EBS교재에서 인용된다. 따라서 고교 교육과정을 충실히 이수하고, 본교 논술가이드북을 활용한다면 논술전형을 준비할 수 있다.

그리고, 본인이 지원하고자 하는 모집단위(학과)에 따른 논술유형을 파악하여 그에 맞는 대비가 중요하다.

인문계열은 지원하는 모집단위에 따라 인문사회논술 또는 경영경제논술을 응시하게 된다. 인문사회논술은 언어논술 3문항, 경영경제논술은 언어논술 2문항과 수리논술 1문항으로 구성된다. 인문사회논술의 합격자 평균점수는 76.7점, 경영경제논술의 합격자 평균점수는 80.1점이다. 경영경제논술의 경우 수리논술의 고득점으로 인하여 인문사회논술에 비해서 합격자 평균성적이 높은 편이다. 수리논술의 경우 출제의도를 잘 파악하고, 알고자 하는 것에 대한 접근과정과 정답을 작성하되, 수식을 통하여 설명하는 것이 중요하다.

자연계열은 단일교과형(수학 3문항, 과학 1문항(물리, 화학, 생명과학 중 택1))으로 수학의 비중이 크다. 자연계열 서울(의학부 제외)의 합격자 논술 평균점수는 73.5점이나 표준편차가 인문계열 논술유형들에 비해 큰 점을 참고할 필요가 있다. 표준편차가 크다는 것은 합격자들 중에 평균보다 표준편차만큼 낮은 학생도 합격이 가능했다는 이야기다. 자연계열 안성소재 학과의 합격자 논술평균 점수는 52.7점, 표준편차 7.6으로 합격자의 논술 성적대가 낮다. 수능최저충족 가능성이 높다면 논술성적이 부족하더라도 합격가능성이 높아진다. 의학부는 합격자의 논술평균 점수는 83.7점으로 높은 반면, 표준편차는 1.9로 작은 편이다.

나. 교과 성적 분석



본교 논술전형의 교과 성적 반영방법의 가장 큰 특징은 상위 10과목에 한해 반영하는 것이다. 1~3학년 반영교과 전체 이수과목 중 학년별, 과목별 가중치 없이 단순히 석차등급이 가장 높은 10과목이 반영된다. 인문계열의 경우 국어, 수학, 영어, 사회 중 상위 10과목을, 자연계열의 경우 국어, 수학, 영어, 과학 중 상위 10과목을 반영한다.

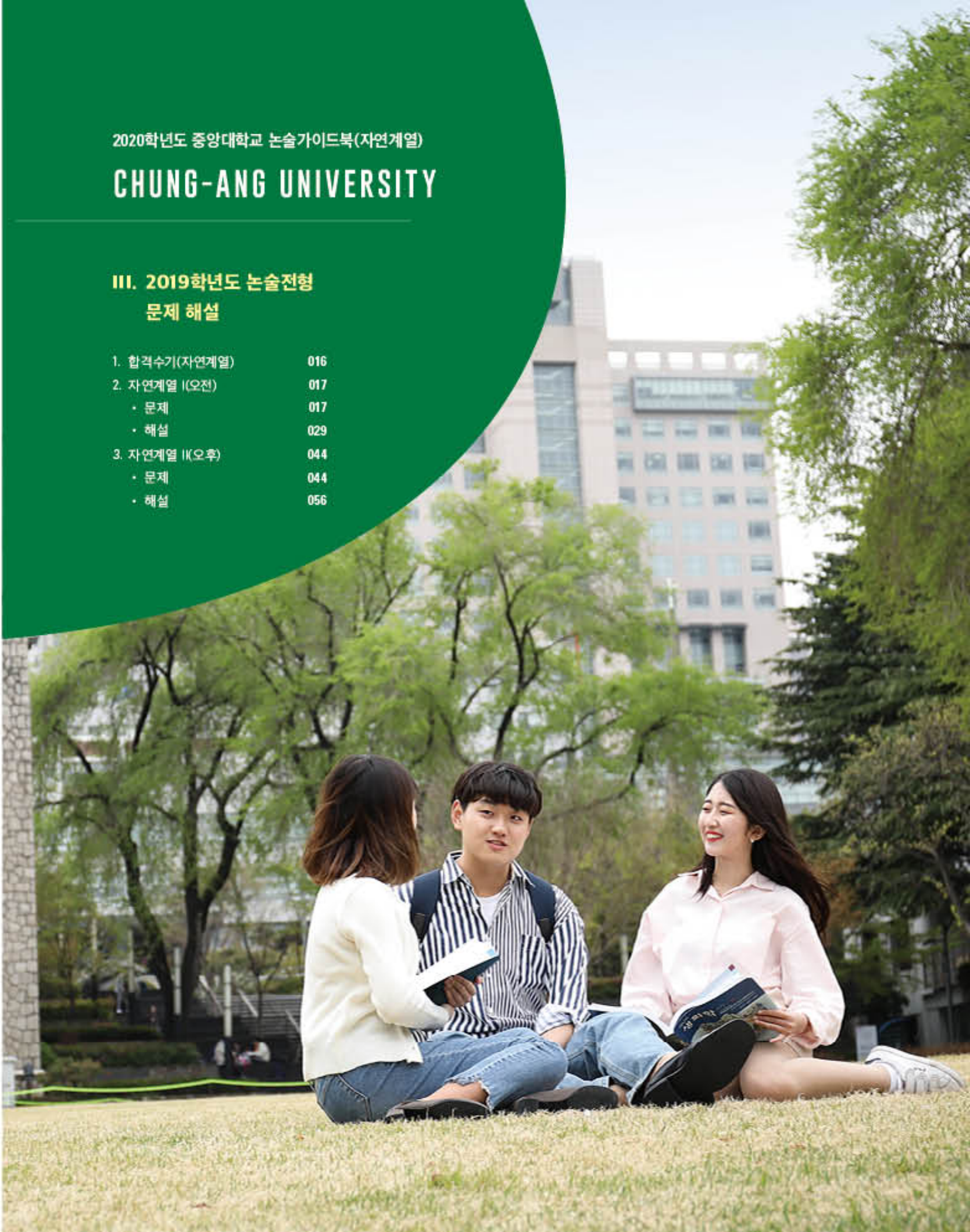
학교생활기록부의 교과 성적 반영대상은 2020학년도 기준으로 2019, 2020년 2월 국내고교 졸업자이며, 그 외에는 논술성적에 의한 비교내신으로 반영된다.

2020학년도 중앙대학교 논술가이드북(자연계열)

CHUNG-ANG UNIVERSITY

III. 2019학년도 논술전형
문제 해설

1. 합격수기(자연계열)	016
2. 자연계열 I(오전)	017
· 문제	017
· 해설	029
3. 자연계열 II(오후)	044
· 문제	044
· 해설	056



선배들이 말하는 2019학년도 논술고사 합격수기

자연계열 유00

Q. 중앙대학교 논술 고사의 특징은 무엇이라고 생각하나요?

논술 문제를 접하다 보면 어떻게 접근해야 할지조차 보이지 않는 고난도 문항이 있는 반면, 문항 자체의 난도가 높지 않아 정확한 서술을 요구하는 문제도 있습니다. 우리 학교 논술의 경우 후자에 해당하지 않을까 생각합니다. 고등학교 교육과정을 충실히 이수한 학생이라면 누구나 답을 낼 수 있어야 하지만, 그렇기에 오히려 풀이과정을 꼼꼼하고 정확하게 기술해야 더 높은 점수를 받을 수 있을 것입니다.

타 학교 논술과 비교했을 때 처음부터 난도 있는 문제를 내는 학교가 있는 반면 우리 학교 논술은 1번 문제가 쉬운 편에 속한다는 것입니다. 따라서 1번 문제는 완벽히 푼다는 생각으로 답안을 작성하시면 좋을 것 같습니다. 또한 문제 풀이에 있어 참신한 발상을 요구한다기보다는 개념을 잘 숙지하고 있는지 확인하는 문제 위주로 출제되었다고 생각합니다. 그래서인지 문항의 변별력을 위해 다른 학교에 비해 조금 긴 계산과정을 요구하는 문제가 있었습니다. 따라서 인내심을 갖고 문제를 풀되, 한 문제에만 붙들려 너무 많은 시간을 소모하지 않도록 주의하시는 것이 좋은 전략이겠습니다.

Q. 어떻게 중앙대학교 논술 고사를 준비했나요?

저는 고등학교 2학년 겨울방학 때 학교 선생님의 권유로 논술전형을 대비하게 되었습니다. 저희 학교의 경우 방과 후 논술 수업을 제공하였기에 대부분의 수험생보다 먼저 논술 문제를 대하는 요령을 터득할 수 있었던 것이 제게 큰 도움이 되었습니다. 겨울방학부터 3학년 1학기까지는 다양한 대학교의 기출문제를 풀어보고 선생님에게 첨삭을 받는 식으로 답안 작성 방법을 공부했습니다. 첨삭을 직접 받기 어려울 때에는 인터넷을 통해 블로그 및 동영상 스트리밍 사이트에서 자료 및 해설을 보는 것이 요긴하게 쓰였습니다. 여름방학 이후로는 희망 대학의 범위를 좁혀 집중적으로 기출문제를 분석하는 방법으로 대학별 출제 경향을 파악했습니다. 이후 수능이 약 한 달 후로 다가왔을 때부터는 잠시 논술 공부를 쉬고 수능을 대비하는 데 전념했습니다. 수능이 끝난 후 논술 시험 전까지의 짧은 기간은 틀렸던 문항과 자주 놓치는 개념을 재확인하는 데 사용하였습니다.

Q. 중앙대학교 논술을 준비하는 학생들에게 해 주고 싶은 말은 무엇인가요?

논술은 결국 얼마나 문제를 논리적으로 풀 수 있는가를 보는 시험이고, 그렇기에 자신이 문제를 푸는 사고 과정을 논리 정연하고 빠트림 없이 글로 표현할 수 있는 능력이 중요한 것 같습니다. 이는 수능이 요구하는 빠르고 정확하게 답을 구하는 자세와는 차이가 있습니다. 따라서 논술 문제를 푼 후에는 선생님께서 첨삭을 받든 모범답안과 자신의 것을 비교해보든 논술 문제에 접근하는 새로운 관점을 만드는 과정이 필수적입니다. 더불어 학원이나 시중에서 얻을 수 있는 사실 문항을 푸는 것보다는 자신이 목표로 하는 대학의 기출문제를 푸는 것을 추천드리고 싶습니다. 대학마다 천차만별인 출제 방향과 문항의 구성을 확인하는 데에는 기출문제만큼 좋은 길잡이가 없기 때문입니다.

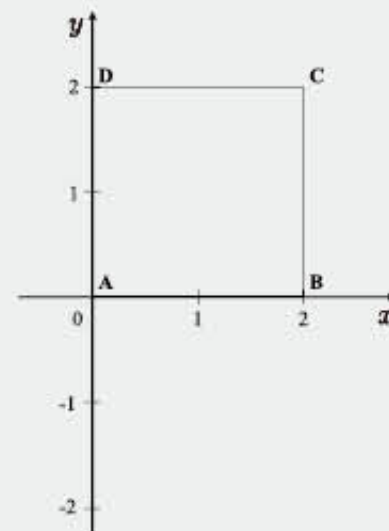
자명하다고 느껴지는 부분까지 글로 다 적는 것은 시간 소모적이고 힘든 일입니다. 수능 시험을 대비하면서 배운 요령이나 편법을 쓸 수 없다는 점이 답답하실 수도 있습니다. 그러나 이런 연습이 반복되다 보면 논술 시험장에서도 신속하고 정확한 답안을 작성하고 있는 자신을 발견하실 수 있을 것입니다. 이 글을 읽는 수험생 여러분 모두 조금만 더 노력하셔서 원하시는 결과 얻으시기를 기원합니다.

2019학년도 논술전형 자연계열 I(오전) 문제

수학

[문제 1] 1부터 7까지 번호가 하나씩 적혀 있는 7개의 공을 가지고 다음과 같은 규칙으로 게임이 진행된다.

- 빨간 주머니에는 1번 공, 2번 공이 각각 하나씩 들어있다.
- 파란 주머니에는 3번부터 7번까지의 공이 각각 하나씩 들어있다.
- 빨간 주머니에서 공을 하나 뽑고, 그 다음에 파란 주머니에서 공을 하나 뽑으면 다음과 같은 방식으로 점수를 얻게 된다. (단, 한번 뽑은 공은 다시 원래의 주머니에 넣는다.)
 - 빨간 주머니에서 임의로 뽑은 공의 번호를 a 라 하고, 파란 주머니에서 임의로 뽑은 공의 번호를 b 라고 하자.
 - 아래 그림의 정사각형 ABCD에서 직선 $y = ax + (b - 5)$ 아래에 있는 부분의 넓이만큼을 점수로 얻는다.



위의 규칙에 따라 철수와 영희가 각각 게임에 참여하여 빨간 주머니에서 철수는 1번 공을, 영희는 2번 공을 뽑았다. 이 게임에서 철수가 영희보다 더 많은 점수를 얻을 확률과, 영희가 철수보다 더 많은 점수를 얻을 확률을 각각 구하시오.
[20점]

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하십시오.

- 0과 π 사이의 각 α 와 β 에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$(\text{단, } \alpha \neq \frac{\pi}{2}, \beta \neq \frac{\pi}{2}, \tan \alpha \tan \beta \neq 1)$$

- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = d$, (c, d 는 실수)일 때 다음이 성립한다.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x) = cd$$

- 미분 가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

[문제 2-1] 좌표평면 위에 세 점 $A(x+5, x+5)$, $B(x+6, x+6)$, $C(-x, 0)$ 이 주어져 있다. 세 점 사이의 각 ACB가 최대가 될 때, x 의 값을 구하십시오. (단, $x \geq 0$) [10점]

[문제 2-2] 다음을 계산하십시오. [15점]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \int_0^{\pi} e^{-nx} \sin(kx) dx$$

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하십시오.

- 다항식 A 를 다항식 B ($B \neq 0$)로 나누었을 때의 몫을 Q , 나머지를 R 라고 하면 다음 식이 성립한다.

$$A = BQ + R$$

여기서 R 의 차수는 B 의 차수보다 낮다.

- 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 의 합성함수 $g \circ f: X \rightarrow Z$ 는

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) \text{ 이다.}$$

- 좌표평면 위의 두 점 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 다음과 같다.

$$\overline{PQ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

[문제 3-1] 유리수 a, b 에 대하여 $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b, g(x) = x^2 + 2x + 2$ 일 때, $(g \circ f)(x)$ 가 $g(x)$ 로 나누어떨어진다고 한다. 가능한 순서쌍 (a, b) 를 모두 구하십시오. [10점]

[문제 3-2] 좌표평면 위의 점 $P(1, 0)$ 에 이르는 거리와 직선 $x = -2$ 에 이르는 거리의 비가 1:2인 점들의 집합을 C 라고 하자. 곡선 C 위의 점 $Q(1, y_0)$ 에서의 법선이 x 축 위의 어떤 점 $R(x_0, 0)$ 에 대해 각 PQR 를 이등분할 때, x_0 의 값을 구하십시오. (단, $y_0 > 0$) [15점]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

가

정소나 난소 같은 생식 기관에서는 생식 세포를 형성하기 위한 세포 분열이 일어나며, 염색체 수가 모세포의 절반이 되는 감수 분열을 통해 생식 세포를 만들게 된다. 감수 분열이 시작되기 전 간기에서는 유전 물질이 복제되고, 모양과 크기가 같은 두 개의 염색체인 상동 염색체는 각각 염색 분체가 2개인 염색체를 형성한다. 감수 1분열에서는 상동 염색체가 분리되며, 감수 2분열에서는 유전 물질의 복제 없이 체세포 분열과 유사하게 염색 분체가 분리된다. 따라서 감수 1분열과 2분열이 일어난 생식 세포는 4개의 딸세포가 생성되며, 딸세포의 DNA양은 모세포의 절반이 된다. 유성 생식을 하는 생물은 암수 생식 세포가 수정하여 자손을 만들며, 감수 분열을 통해 유전 물질이 절반으로 줄어든 생식 세포를 만들어서 여러 세대를 거듭하여도 일정한 염색체 수와 DNA양을 유지할 수 있다.

나

하나의 염색체에는 많은 종류의 유전자가 포함되어 있다. 따라서 염색체 수가 정상과 다른 경우 유전병이 나타나는 원인이 된다. 감수 1분열 과정에서 상동 염색체가 제대로 분리되지 않은 경우, 감수 2분열에서 정상적으로 염색 분체가 분리되어도 한 쌍의 상동 염색체를 구성하는 2개의 염색체가 모두 하나의 생식 세포로 들어갈 수 있다. 또한, 감수 2분열 과정에서 염색체가 정상적으로 분리되지 않으면, 2개의 염색 분체가 모두 하나의 생식 세포로 들어가게 된다. 이러한 현상을 염색체 비분리 현상이라 하며, 정상 생식 세포보다 많거나 적은 염색체를 갖는 염색체 돌연변이가 생겨난다.

다

생물의 유전적 형질이 나타나는 정보의 단위체를 유전자라고 한다. 유전자는 세포의 핵 안에 있는 DNA에 들어 있으며, DNA는 사다리가 꼬여 있는 모양의 2중 나선 구조로 이루어져 있다. 체세포 분열 시 모세포의 DNA는 복제되어 딸세포에 전달된다. 사가프는 여러 생물의 DNA를 추출하여 조사한 결과, 생물 종에 따라 염기의 구성이 다르다는 것을 발견하였고, 한 종의 DNA에서는 염기인 아데닌(A)과 티민(T)의 양이 같고, 구아닌(G)과 사이토신(C)의 양이 같다는 것을 발견하였다. 왓슨과 크릭에 의해 DNA 구조가 밝혀지면서, 염기는 분자 구조상 A는 T하고만 결합하고, G은 C하고만 수소 결합을 통해 상보적 결합을 이룬다는 것이 밝혀졌다. 따라서 DNA 2중 나선에서 한 가닥의 염기 서열을 알면 다른 가닥의 염기 서열도 정확히 예측할 수 있다.

라

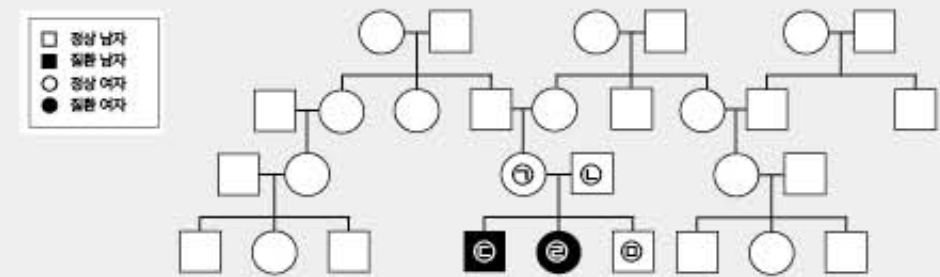
유전 정보가 담긴 DNA로부터 mRNA가 만들어지는 과정을 전사라 하고, mRNA로부터 단백질이 만들어지는 과정을 번역이라고 한다. RNA는 DNA와 유사한 폴리뉴클레오타이드이지만 단일 가닥으로 되어 있고, 당이 DNA와는 달리 리보스이며, 4가지 염기 중 티민(T) 대신 유라실(U)을 염기로 가지고 있다는 점이 다르다. RNA 중합 효소는 특정한 유전자의 프로모터에 결합하여 전사를 시작하는데, RNA 합성이 시작되면 RNA 중합 효소는 DNA 주형에 상보적으로 결합할 수 있는 리보뉴클레오타이드를 순서대로 결합시켜 RNA 가닥을 합성한다. 이때 DNA 복제와는 달리 아데닌(A)에 대한 상보적 염기로 T 대신 U을 사용한다. 또한 DNA 복제와는 달리 전사에서는 2개의 DNA 가닥 중 하나만 주형으로 사용한다.

마

생명 과학의 탐구는 어떤 현상을 관찰하여 문제를 발견하는 일로부터 시작한다. 연구자는 관찰한 사실을 설명하기 위해 잠정적인 답인 가설을 설정하고, 가설이 옳은지 그른지 증명하기 위한 탐구를 설계하고 수행한다. 탐구를 수행할 때에는 실험 결과에 대한 타당성을 높이기 위해 대조군을 설정하여 실험군과 비교하는 대조 실험을 시행한다. 이때 조작 변인을 제외한 다른 모든 변인은 일정하게 유지해야 하는데, 이를 변인 통제라고 한다.

[문제 4-1] 어떤 유전 질환자 가족의 발병 원인을 알아보기 위하여 다음과 같이 가계도를 그리고, 염색체를 염색하는 실험을 하였다.

[가계도]

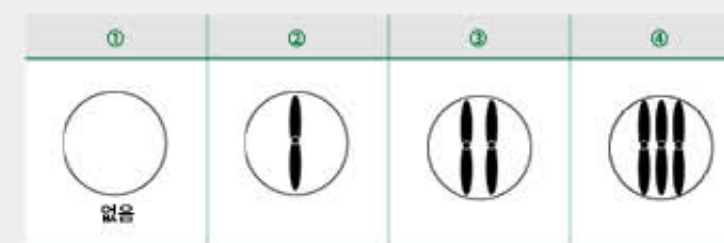


[실험 과정]

- I. ①, ②에서 생성될 수 있는 생식 세포와, ③, ④, ⑤의 피부에서 체세포를 추출하여 이 유전 질환의 원인으로 예상되는 N번 염색체 전체를 형광 염색하였다.
- II. 염색된 세포를 현미경을 이용하여 <그림 1>과 같이 관찰한 후, 각 사람의 염색된 N번 염색체 형태를 <표 1>에 유형별로 정리하였다.

[실험 결과]

<그림 1> 염색된 N번 염색체



<표 1> 사람별 염색체 형태

세포	사람	염색체 형태
생식 세포	③	?
	④	②
체세포	⑤	④
	⑥	②
	⑦	③

위 가계도와 실험 결과를 해석하여 ①에서 생성될 수 있는 생식 세포의 염색체 형태를 예측하여 모두 제시하고, 그 이유를 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. (단, 제시된 염색체 수 변화 이외의 다른 돌연변이는 고려하지 않고, 이 유전 질환에서는 N번 염색체 수가 정상보다 많거나 적게 나타난다.) [10점]

[문제 4-2] 새로 개발한 항암제 X와 Y의 특성을 알아보기 위해 다음과 같은 실험을 하고 그 결과를 정리하였다.

[실험 과정]

- I. 암 환자에서 정상 세포와 암세포 덩어리를 떼어낸 후, 각 세포가 배양 접시 안에서 안정적으로 자랄 수 있도록 배양하고, 배양 중인 암세포에는 각각 항암제 X와 Y를 처리하여 일주일 동안 배양하였다.
- II. 정상 세포와 암세포 및 항암제를 처리한 암세포에서 DNA와 mRNA를 추출하였다.
- III. 추출한 2중 가닥 DNA(가닥 a, a')에 포함된 아데닌(A), 구아닌(G), 사이토신(C), 티민(T), 유라실(U)의 상대량과 mRNA 총량을 측정하였다.

[실험 결과]

- I. 암세포만 배양한 대조군과 비교하여, 항암제 X와 Y를 각각 처리한 두 실험군에서 암세포의 성장 속도가 모두 현저히 줄어들었다.
- II. 추출한 DNA(가닥 a, a')의 염기 비율과 mRNA 총량(상댓값) 측정 결과를 도표로 나타내었다.

세포	구분 (%)	DNA 가닥 a					DNA 가닥 a'					염기 총합 (%)	mRNA 총량 (상댓값)
		A	T	G	C	U	A	T	G	C	U		
정상 세포		16	12	9	13	0	12	16	13	9	0	100	1.00
암세포		12	17	11	10	0	17	12	10	11	0	100	1.34
암세포 + 항암제 X		12	17	11	10	0	11	18	7	14	0	100	0.98
암세포 + 항암제 Y		12	17	11	10	0	17	12	10	11	0	100	0.02

위의 실험 결과를 바탕으로 암이 발생한 이유와 항암제 X와 Y가 어떻게 암세포의 성장을 저해했는지 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 또한, 항암제 X와 Y를 실제 환자에게 적용하기 위해서는 어떠한 실험을 추가로 실행해야 하는지 제시문 (마)에 근거하여 설명하시오. [20점]

물리

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

가

직선 도선에 전류를 흐르게 하고 도선 주위에 철 가루를 뿌리면, 도선을 중심으로 동심원을 그리며 철 가루가 배열된다. 이것은 직선 전류가 만드는 자기장이 도선을 중심으로 원을 그리기 때문이다. 직선 전류의 방향을 반대로 바꾸면 전류 주위의 자기장 방향도 반대로 바뀐다. 직선 전류에 의한 자기장의 방향은 오른손 엄지손가락이 전류의 방향을 향하게 할 때 나머지 네 손가락을 감아쥐는 방향이다. 또한, 오른나사의 진행 방향을 전류의 방향으로 할 때 나사가 회전하는 방향과 같다. 이것을 앙페르 법칙 또는 오른나사 법칙이라고 한다. 직선 전류에 의한 자기장의 세기는 전류의 세기에 비례하고, 도선으로부터의 거리에 반비례한다.

나

두꺼운 종이를 원형 모양의 도선이 뚫고 지나가도록 장치해 놓고 철 가루를 뿌린 후, 도선에 전류를 흐르게 하면 철 가루가 도선을 중심으로 양쪽에 원을 그리며 둘러싸는 것을 볼 수 있다. 원형 전류 중심에서의 자기장의 방향은 오른나사가 돌아가는 방향으로 전류의 방향을 일치시키면 나사의 진행 방향이 자기장의 방향이 된다. 또는, 전류가 흐르는 방향으로 오른손 네 손가락을 감아줄 때 엄지손가락이 가리키는 방향이 코일의 중심에서의 자기장의 방향이 된다. 한편, 원형 전류의 중심에서의 자기장의 세기는 도선에 흐르는 전류의 세기에 비례하고, 원형 도선의 반지름에 반비례한다.

다

자기장에 수직하게 설치된 도선에 전류가 흐르면 전류와 자기장 방향에 수직한 방향으로 도선이 힘을 받는다. 오른손을 폈을 때 엄지손가락을 전류 방향으로 하고 나머지 네 손가락을 자기장 방향으로 향하면, 손바닥이 가리키는 방향이 도선에 작용하는 힘의 방향이다. 이때 도선에 작용하는 힘 F 의 크기는, 전류의 세기 I 에 비례하고 자기장의 세기 B 와 자기장 속에 들어 있는 도선의 길이 l 에도 비례하므로 다음과 같다.

$$F = BIl \text{ (단위 : N(뉴턴))}$$

직선 도선이 자기장과 각 θ 를 이루며 전류가 흐를 때, 도선이 받는 힘의 크기 F 는 도선이 자기장 B 와 수직인 성분의 길이 $l \sin \theta$ 에 비례한다. 이때 도선이 받는 힘의 크기 F 는 다음과 같다.

$$F = BIl \sin \theta$$

이때 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 90^\circ = 1$ 이다.

라

두 직선 도선 1, 2가 거리 r 만큼 떨어져 서로 평행하게 놓여 있고, 도선 1에 전류 I_1 이, 도선 2에 전류 I_2 가 각각 흐르고 있다. 도선 2는 앙페르 법칙에 따라 도선 1의 위치에 자기장 B_2 를 만들며, 그 세기는 다음과 같다.

$$B_2 = 2 \times 10^{-7} \frac{I_2}{r}$$

이때 도선 1에 전류 I_1 이 자기장 B_2 의 방향과 수직으로 흐르고 있으므로 자기장 B_2 로부터 길이 l 인 도선 1이 받는 자기력 F_1 의 크기는 다음과 같다.

$$F_1 = B_2 I_1 l = 2 \times 10^{-7} \frac{I_1 I_2}{r} l$$

[문제 4-1]

다음 그림 (a)와 같이 거리가 $4R$ 만큼 떨어진 평행한 두 직선 도선과 전류가 흐르고 있는 반지름이 R 인 원형 도선이 종이면에 고정되어 있다. 직선 전류의 크기는 모두 I 이고 직선 도선과 원형 도선의 중심의 거리는 $2R$ 이며 왼쪽 직선 전류의 방향이 $+y$ 방향이다. 원형 도선의 중심에서 자기장의 세기가 0일 때 오른쪽 직선 전류와 원형 전류의 방향을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 구하시오. 또한, 직선 전류의 방향은 그대로이고 원형 전류의 방향이 반대일 경우, 원형 도선의 중심에서 자기장의 세기와 방향을 제시문 (가), (나), (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 지구 자기장은 무시하고 원형 전류의 세기는 0이 아니다.) [10점]

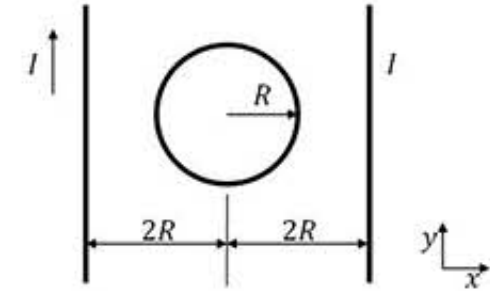


그림 (a)

[문제 4-2]

길이 1m인 직선 도선이 0이 아닌 균일한 자기장 B_0 과 각 30° 를 이루며 전류 I_{30° 가 흐를 때, 도선이 받는 자기력의 크기는 1N이다. 도선이 자기장 B_0 과 각 90° 를 이루며 전류 I_{90° 가 흐를 때, 도선이 받는 자기력의 크기는 1N이다. $\frac{I_{30^\circ}}{I_{90^\circ}}$ 를 제시문 (다)에 근거하여 구하시오. 한편, 다음 그림 (b)와 같이 균일한 자기장이 없을 때, 길이 1m인 직선 도선 1과 2가 거리 0.2m만큼 떨어져 서로 평행하게 놓여 있다. 도선 1과 도선 2에 흐르는 전류의 세기는 같고 도선 1이 받는 자기력의 크기는 10^{-4} N이며, 자기력의 방향은 도선 1에서 도선 2를 향하는 방향이다. 도선 1과 도선 2에 흐르는 전류의 세기와 도선 2가 받는 자기력의 크기와 방향을 제시문 (가), (다), (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. [20점]

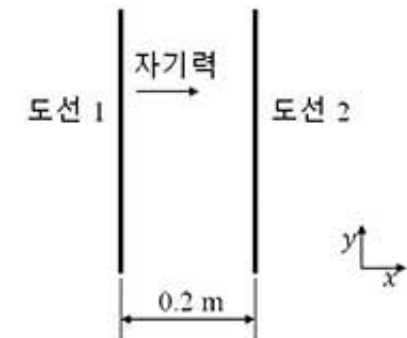


그림 (b)

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

가

화학 반응이 일어날 때 반응 물질과 생성 물질 사이의 관계를 나타낸 식을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식에서 각 물질의 계수비는 반응에 참여한 물질의 분자 수의 비와 몰수비, 부피비를 의미한다. 이때 몰과 입자 수, 몰과 질량, 몰과 기체의 부피 관계를 이용하면 반응물과 생성물의 몰수, 입자 수, 질량, 부피를 구할 수 있다. 1몰은 6.02×10^{23} 개 입자의 집단이며, 이 수를 아보가드로수라고 한다.

나

원자가 전자를 공유하면서 결합할 때 원자마다 전자를 끌어당기는 힘이 다르기 때문에 전자쌍은 어느 한쪽으로 치우치게 된다. 이처럼 분자에서 공유 전자쌍을 끌어당기는 능력을 상대적 수치로 나타낸 것을 전기 음성도라고 한다. 폴링은 플루오린(F)의 전기 음성도를 4.0으로 정하고 다른 원자들의 전기 음성도를 상대적으로 정하였다. 다음 표는 일부 원자들의 폴링의 전기 음성도 값을 보여준다.

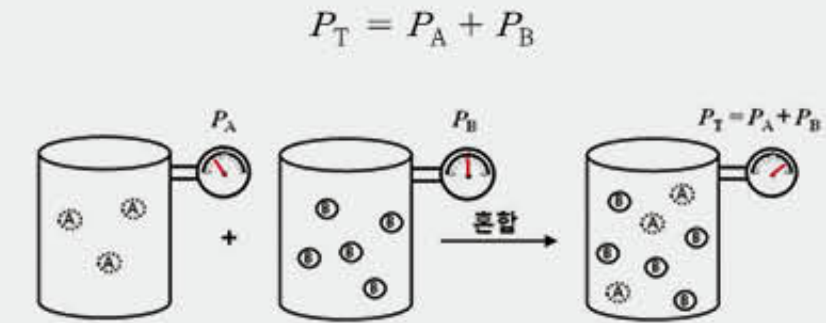
¹ H 2.1						
³ Li 1.0	⁴ Be 1.5	⁵ B 2.0	⁶ C 2.5	⁷ N 3.0	⁸ O 3.5	⁹ F 4.0

다

화학 반응에서 전자를 잃는 것을 산화라 하고, 전자를 얻는 것을 환원이라 한다. 산화와 환원은 항상 동시에 일어나므로 산화-환원 반응이라고 부른다. 공유 결합 물질에서는 전기 음성도 차이를 통해 반응 전과 반응 후의 전자 치우침을 비교하여 산화-환원 반응을 설명할 수 있다. 공유 결합 물질에서 공유 전자쌍이 그것을 더 세게 끌어당기는 원자에 속해 있다고 가정할 때, 각 원자에 할당된 전하수를 산화수라고 한다. 중성 화합물에서 각 원자의 산화수의 합은 0이다. 반응을 통해 산화수가 증가하면 전자를 잃은 것이므로 산화된 것이고, 산화수가 감소하면 전자를 얻은 것이므로 환원된 것이다.

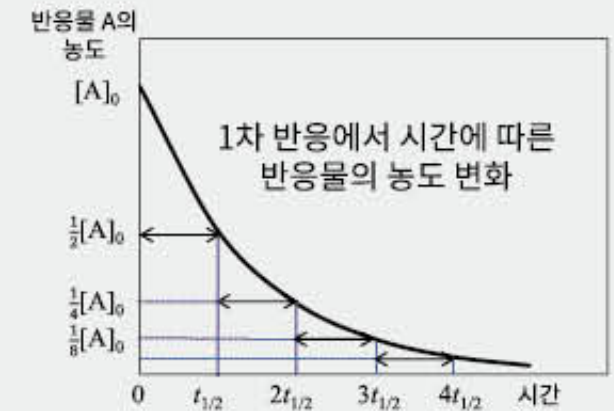
라

혼합 기체에서 각각의 기체가 나타내는 압력을 부분 압력이라고 한다. 일정한 온도와 부피에서 기체의 압력은 몰수에 비례한다. 혼합 기체의 전체 압력은 성분 기체의 총 몰수에 비례하는 값으로 성분 기체의 부분 압력의 합이 된다. 이를 돌턴의 부분 압력 법칙이라고 한다. 일정한 부피의 용기 속에 기체 A와 기체 B가 혼합되어 있을 때의 전체 압력(P_T)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

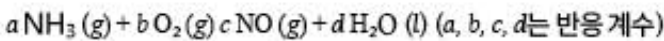


마

반응 물질의 농도가 반으로 줄어들 때까지 걸리는 시간을 반감기라고 하는데, 반감기는 반응 차수에 따라 다른 특성을 나타낸다. 오른쪽 그림에서 보이는 바와 같이 1차 반응의 반감기($t_{1/2}$)는 초기 농도 $[A]_0$ 에 관계없이 항상 일정하다.

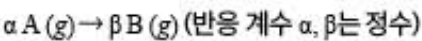


[문제 4-1] 다음은 암모니아(NH₃) 기체의 화학 반응식을 나타낸 것이다.



반응의 초기에는 일정량의 NH₃와 충분한 양의 산소(O₂)만 존재한다고 가정한다. 반응을 통해 전체 물질의 분자 개수가 4.515×10^{23} 개 변화할 때, 반응한 NH₃의 몰수는 X이고 이때 이동하는 전자의 몰수는 Y이다. 만약 암모니아 대신 메테인(CH₄)을 이용하는 완전 연소 반응이 진행된다면, 반응에서 Y 몰수의 전자 이동을 위해서는 Zg의 CH₄이 필요하다. 제시문 (가), (나), (다)에 근거하여 X, Y, Z를 논리적으로 구하시오. (단, 수소(H)와 탄소(C)의 원자량은 각각 1, 12이다.) [15점]

[문제 4-2] 다음은 임의의 기체 A가 반응하여 기체 B가 생성되는 1차 반응의 화학 반응식이다.



일정한 온도에서 빈 강철 용기에 P 기압에 해당되는 2몰의 기체 A를 넣은 후 반감기 $t_{1/2}$ 에 측정된

전체 압력은 $\frac{5}{6}P$ 이다.

시간	0	$t_{1/2}$
전체 압력	P	$\frac{5}{6}P$

제시문 (가), (라), (마)에 근거하여 반응식의 계수 α, β 를 구하시오. 또한, 시간 $3t_{1/2}$ 후, 이 강철 용기에 f 몰의 기체

A와 2f 몰의 기체 B를 추가한 직후 측정된 전체 압력은 $\frac{35}{24}P$ 이다. 이때 f를 논리적으로 구하시오. [15점]

자연계열 I (오전) 문제 제시문 출전 및 출제 의도

수학

1. 출전 및 출제 의도

제시문 출전

[문제 1]	제시문 :	확률과 통계 II-1-2 확률의 기본 성질 ((주)금성출판사, 정상권 외 7인, p.83-93)
		확률과 통계 III-2-1 확률의 덧셈정리 (천재교육, 이준열 외 9인, p.106-109)
		확률과 통계 II-1-2 확률의 기본 성질 ((주)지학사, 신항균 외 11인, p.71-76)
		확률과 통계 II-1-2 확률의 덧셈정리 ((주)교학사, 김창동 외 14인, p.85-91)
		확률과 통계 II-2-2 독립사건과 종속사건 ((주)금성출판사, 정상권 외 7인, p.102-104)
		확률과 통계 III-2-2 조건부확률과 확률의 곱셈정리 (천재교육, 이준열 외 9인, p.110-115)
		확률과 통계 II-2-2 사건의 독립과 종속 ((주)지학사, 신항균 외 11인, p.86-90)
		확률과 통계 II-2-2 사건의 독립과 종속 ((주)교학사, 김창동 외 14인, p.98-103)
		확률과 통계 III-1-1 확률변수와 확률분포 ((주)금성출판사, 정상권 외 7인, p.122-125)
		확률과 통계 IV-1-2 이산확률변수의 확률분포 (천재교육, 이준열 외 9인, p.138-146)
[문제 2]	제시문 :	확률과 통계 III-1-1 확률변수와 확률분포 ((주)지학사, 신항균 외 11인, p.103-112)
		확률과 통계 III-1-1 이산확률변수와 확률분포 ((주)교학사, 김창동 외 14인, p.115-124)
		미적분 II, II-2-1, 삼각함수의 덧셈정리 (금성출판사, 정상권 외 7인, p.84)
		미적분 II, IV-1-2, 치환적분과 부분적분법 (금성출판사, 정상권 외 7인, p.171)
		미적분 II, II-2-1, 삼각함수의 덧셈정리 (비상교육, 김원경 외 11인, p.77)
		미적분 II, IV-1-3, 부분적분법 (비상교육, 김원경 외 11인, p.147)
		미적분 II, II-1-01, 삼각함수의 덧셈정리 (천재교육, 이준열 외 9인, p.95)
		미적분 II, IV-1-03, 부분적분법 (천재교육, 이준열 외 9인, p.183)
		미적분 I, II-1-2, 함수의 극한값의 계산 (비상교육, 김원경 외 11인, p.53)
		미적분 I, II-1-2, 극한값의 계산 (금성출판사, 정상권 외 7인, p.58)
[문제 3]	제시문 :	수학 I, I-1-2, 다항식의 곱셈과 나눗셈 (미래엔, 이강섭 외 14인, p.19)
		수학 I, III-1-1, 두 점 사이의 거리 (미래엔, 이강섭 외 14인, p.136)
		수학 I, I-1-2, 다항식의 곱셈과 나눗셈 ((주)금성출판사, 정상권 외 7인, p.19)
		수학 I, III-1-1, 두 점 사이의 거리 ((주)금성출판사, 정상권 외 7인, p.133)

수학 I, I-1-3. 다항식의 나눗셈 (좋은책 신사고, 황선욱 외 10인, p.19)
수학 I, III-1-1. 두 점 사이의 거리 (좋은책 신사고, 황선욱 외 10인, p.117)
수학 II, II-1-2. 합성함수 (경기도교육청, 조도연 외 12인, p.78)
수학 II, II-1-2. 합성함수 (마래엔, 이강섭 외 14인, p.77)
수학 II, II-1-2. 합성함수 (박지학사, 신항균 외 11인, p.82)

출제 의도

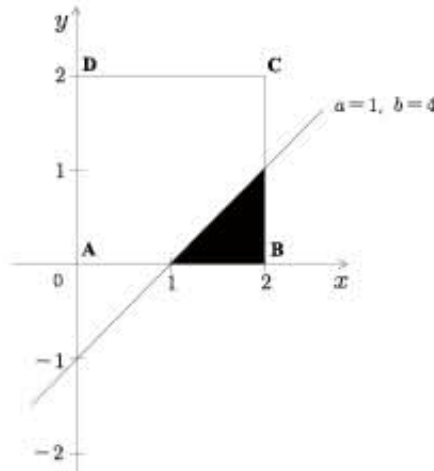
- [문제 1]** 다양한 상황에서 발생하는 확률적 사건과 이와 관련된 확률의 개념은 논리적 사고 및 의사결정에서 중요한 부분이다. 본 문제는 임의로 설정된 게임에서 얻을 수 있는 점수에 대한 경우의 수와 그에 따른 확률 구조에 대한 이해도를 평가하고, 각 상황에서의 확률에 대한 비교가 정확하게 이루어지는 지를 평가한다. 본 문제는 확률에 대한 기본 개념의 이해도를 평가하며 난이도는 중하 정도로 볼 수 있다.
- [문제 2-1]** 좌표평면에서 각을 탄젠트 함수(탄젠트 함수의 덧셈정리)를 이용하여 표현할 수 있는지를 평가한다. 이 과정에서 산술기하 평균 또는 미분을 이용하여 최댓값을 구하는 과정을 이해하고 있는지 평가한다.
- [문제 2-2]** 부분적분과 구분구적법, 치환적분법을 잘 이해하는지 평가하기 위한 문제이다. 또한 수열의 수렴성에 대한 이해도 평가한다.
- [문제 3-1]** 함수의 합성을 통해 합성함수를 구하는 과정에서 다항식의 나눗셈과 나머지 정리를 이해하고 있는지 평가한다.
- [문제 3-2]** 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 평면곡선의 방정식을 구하고, 음함수의 미분을 이용해 접선의 기울기를 구하는 것, 삼각함수의 덧셈정리를 이용해 두 직선이 이루는 각을 구할 수 있는지에 대해 평가한다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시 답안

<방법 I>

1. 게임에서 얻을 수 있는 점수는 다음과 같이 계산된다. 예를 들어, $a = 1$, $b = 4$ 일 때의 점수는 다음 그림의 진하게 칠해진 부분의 넓이인 0.5이다.



2. 철수와 영희가 파란 주머니에서 뽑은 공의 번호를 각각 b_1 , b_2 라고 하면 위와 같은 방법으로 다음과 같이 점수를 계산할 수 있다.

철수			영희		
b_1	$y = x + (b - 5)$	넓이(점수)	b_2	$y = 2x + (b - 5)$	넓이(점수)
3	$y = x - 2$	0	3	$y = 2x - 2$	1
4	$y = x - 1$	0.5	4	$y = 2x - 1$	2
5	$y = x$	2	5	$y = 2x$	3
6	$y = x + 1$	3.5	6	$y = 2x + 1$	3.75
7	$y = x + 2$	4	7	$y = 2x + 2$	4

3. 이를 바탕으로 철수와 영희가 각각 상대방보다 더 많은 점수를 얻는 경우와 그에 따르는 확률을 계산하면 다음의 표와 같다.

철수가 더 많은 점수를 얻는 경우		영희가 더 많은 점수를 얻는 경우	
(b_1, b_2)	확률	(b_1, b_2)	확률
(5,3)	1/25	(3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7)	5/25
(6,3), (6,4), (6,5)	3/25	(4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (4,7)	5/25
(7,3), (7,4), (7,5), (7,6)	4/25	(5,5), (5,6), (5,7)	3/25
		(6,6), (6,7)	2/25

즉, 철수가 더 많은 점수를 얻을 확률은 $\frac{1}{25} + \frac{3}{25} + \frac{4}{25} = \frac{8}{25}$ ($= 0.32$) 이고, 영희가 더 많은 점수를 얻을 확률은 $\frac{5}{25} + \frac{5}{25} + \frac{3}{25} + \frac{2}{25} = \frac{15}{25}$ ($= 0.6$) 이다. 여기에서 철수와 영희가 같은 점수를 얻을 확률이 2가지 경우(확률 $\frac{2}{25} = 0.08$)이 있음에 유의한다.

<방법 II>

1. 철수와 영희가 각각 더 많은 점수를 얻는 경우와 그에 따르는 확률을 영희를 중심으로 계산하면 다음의 표와 같다.

철수가 더 많은 점수를 얻는 경우		영희가 더 많은 점수를 얻는 경우	
(b_1, b_2)	확률	(b_1, b_2)	확률
(5,3), (6,3), (7,3)	3/25	(3,3), (4,3)	2/25
(6,4), (7,4)	2/25	(3,4), (4,4)	2/25
(6,5), (7,5)	2/25	(3,5), (4,5), (5,5)	3/25
(7,6)	1/25	(3,6), (4,6), (5,6), (6,6)	4/25
		(3,7), (4,7), (5,7), (6,7)	4/25

2. 이때, 철수가 더 많은 점수를 얻을 확률은 $\frac{3}{25} + \frac{2}{25} + \frac{2}{25} + \frac{1}{25} = \frac{8}{25}$ ($= 0.32$) 이고, 영희가 더 많은 점수를 얻을 확률은 $\frac{2}{25} + \frac{2}{25} + \frac{3}{25} + \frac{4}{25} + \frac{4}{25} = \frac{15}{25}$ ($= 0.6$) 이다. 방법 I과 같은 답을 얻는다.

[문제 1] 채점 기준

1. 철수가 파란 주머니에서 공을 뽑아서 얻을 수 있는 경우를 그래프를 통해서 올바르게 찾아내고 그 넓이를 계산해서 점수를 제대로 계산한 경우: **+6점**
2. 영희가 파란 주머니에서 공을 뽑아서 얻을 수 있는 경우를 그래프를 통해서 올바르게 찾아내고 그 넓이를 계산해서 점수를 제대로 계산한 경우: **+6점**
3. 철수가 영희보다 더 많은 경우를 올바르게 찾아내고, 그 확률을 제대로 계산한 경우: **+4점**
4. 영희가 철수보다 더 많은 경우를 올바르게 찾아내고, 그 확률을 제대로 계산한 경우: **+4점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 최점 추가 점수 부여 가능함

[문제 2] 예시 답안

문제 2-1

각 ACB를 θ 라고 하고, 각 ACB와 각 ACO (이때 O(0,0)는 원점)에 탄젠트 함수의 덧셈 정리를 적용하여

$$\tan \theta = \frac{\frac{x+6}{2x+6} - \frac{x+5}{2x+5}}{1 + \frac{x+5}{2x+5} \frac{x+6}{2x+5}} = \frac{x}{5x^2 + 33x + 60}$$

를 얻는다. 이 식의 분모와 분자를 x 로 나누어 다음과 같이 정리한 후

$$\tan \theta = \frac{1}{5x + \frac{60}{x} + 33}.$$

산술기하 평균을 이용하면, $x = 2\sqrt{3}$ 일 때 $\tan \theta$ 가 최댓값을 갖고,

따라서 θ 도 최댓값을 갖는다는 것을 알 수 있다.

문제 2-2

우선 부분적분을 두 번 적용하여 다음을 얻는다

$$\begin{aligned} \int_0^\pi e^{-nx} \sin(kx) dx &= \left[-\frac{1}{n} e^{-nx} \sin(kx) \right]_0^\pi - \int_0^\pi \left(-\frac{1}{n} e^{-nx} \right) k \cos(kx) dx \\ &= \frac{k}{n} \int_0^\pi e^{-nx} \cos(kx) dx \\ &= \frac{k}{n} \left[-\frac{1}{n} e^{-nx} \cos(kx) \right]_0^\pi - \frac{k}{n} \int_0^\pi \left(-\frac{1}{n} e^{-nx} \right) (-k \sin(kx)) dx \\ &= -\frac{e^{-n\pi} k \cos(k\pi)}{n^2} + \frac{k}{n^2} - \frac{k^2}{n^2} \int_0^\pi e^{-nx} \sin(kx) dx \end{aligned}$$

위 식을 정리하면 $\int_0^\pi e^{-nx} \sin(kx) dx = \frac{k}{n^2 + k^2} + \frac{e^{-n\pi} k \cos(k\pi)}{n^2 + k^2}$ 이므로

$$\sum_{k=1}^n \int_0^\pi e^{-nx} \sin(kx) dx = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2} + \sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} k \cos(k\pi)}{n^2 + k^2}$$

이다. 이때, 구분구적법과 치환($t = 1 + x^2$)을 이용하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{\frac{k}{n}}{1 + \left(\frac{k}{n}\right)^2} = \int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx = \int_1^2 \frac{1}{2t} dt = \frac{\ln 2}{2}.$$

를 얻을 수 있다. 한편, $-\frac{1}{n^2} \leq \frac{\cos(k\pi)}{n^2 + k^2} \leq \frac{1}{n^2}$ 이므로,

$$-\sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} k}{n^2} \leq \sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} \cos(k\pi) k}{n^2 + k^2} \leq \sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} k}{n^2}$$

이다. 그런데 $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ 를 이용하여 계산하면 $\sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} k}{n^2} = e^{-n\pi} \frac{n(n+1)}{2n^2}$ 이 0으로 수렴함을 보일 수 있다.

$\sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} (-1)^k k}{n^2 + k^2}$ 보다 작은 수열과 큰 수열 모두 0으로

수렴하므로 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} (-1)^k k}{n^2 + k^2} = 0$ 이다.

모두를 정리하여, $\sum_{k=1}^n \int_0^\pi e^{-nx} \sin(kx) dx = \frac{\ln 2}{2}$ 를 얻는다.

[문제 2] 채점 기준

문제 2-1

● 제시문을 활용하여 $\tan \theta = \frac{x}{5x^2 + 33x + 60}$ 를 얻으면 **+4점**

● 산술기하 평균을 이용하여 점 $x = 2\sqrt{3}$ 을 얻으면 **+6점**

문제 2-2

● $\int_0^\pi e^{-nx} \sin(kx) dx = \frac{e^{-n\pi} k \cos(k\pi)}{n^2 + k^2} + \frac{k}{n^2 + k^2}$ 를 얻으면 **+5점**

● 두 번째 합의 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2} = \frac{\ln 2}{2}$ 를 계산을 통해 얻으면 **+5점**

● 첫 번째 합의 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} k}{n^2 + k^2} = 0$ 를 충분한 근거를 제시하여 얻으면 **+5점**
(0을 얻었지만 근거가 부족하면 **+3점**)

[문제 3] 예시 답안

문제 3-1

$x^2 + 2x + 2 = 0$ 의 한 근을 α 라고 하자. 다항식의 나눗셈을 이용하여

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = (x^2 + 2x + 2)q(x) + (cx + d) \text{라고 하면,}$$

$$(g \circ f)(\alpha) = g(f(\alpha)) = (\alpha^2 + 2\alpha + 2)q(\alpha) + c\alpha + d = c\alpha + d \text{이다.}$$

α 는 실수가 아니므로, 문제에서 $(g \circ f)(x)$ 가 $x^2 + 2x + 2$ 로 나누어 떨어진다는 조건, 즉

$c = d = 0$ 이라는 조건은 $c\alpha + b = 0$ 이라는 조건과 필요충분조건이다. 따라서 $g(f(\alpha)) = 0$ 을

만족하게 하는 $f(x)$ 를 찾으면 된다.

한편, $f(\alpha)$ 를 계산하면,

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= \alpha^3 + 3\alpha^2 + a\alpha + b = (\alpha + 1)(\alpha^2 + 2\alpha + 2) + (a - 4)\alpha + (b - 2) \\ &= (a - 4)\alpha + (b - 2) \end{aligned}$$

에서, $g((a-4)\alpha + (b-2)) = 0$ 이 되는 a, b 를 찾으려 한다.

$a-4 = k, b-2 = l$ 로 치환하면 위 식은

$$\begin{aligned} g(k\alpha + l) &= k^2\alpha^2 + (2kl + 2k)\alpha + (l^2 + 2l + 2) \\ &= k^2(\alpha^2 + 2\alpha + 2) + (2kl + 2k - 2k^2)\alpha + (l^2 + 2l + 2 - 2k^2) \\ &= (2kl + 2k - 2k^2)\alpha + (l^2 + 2l + 2 - 2k^2) \\ &= 0 \end{aligned}$$

에서, α 가 실수가 아니므로 $2kl + 2k - 2k^2 = 0, l^2 + 2l + 2 - 2k^2 = 0$ 을 얻고, 이를 풀면

$(k, l) = (1, 0), (-1, -2)$ 를 얻는다.

따라서 가능한 순서쌍은 $(a, b) = (5, 2), (3, 0)$ 이다.

문제 3-2

거리에 대한 조건 $2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = x + 2$ 에서 양변을 제곱하여 정리하면, 문제의 조건을 만족하는 점들의 좌표 x, y 는

$$\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \text{ 을 만족해야 한다.}$$

따라서 $y_0 = \frac{3}{2}$ 을 얻을 수 있고, 점 $Q(1, y_0)$ 에서의 접선의 기울기를 구하기 위해 음함수의 미분법을 이용하면,

곡선 C 위의 임의의 점 (x, y) 에서의 접선의 기울기는 $\frac{dy}{dx} = -\frac{3(x-2)}{4y}$ 임을 얻고, 이를 이용하여 $Q(1, y_0)$ 에서의

접선의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이라는 것을 알 수 있다.

따라서 법선의 기울기는 -2 이고, 법선과 $\overline{PQ}$ 가 이루는 예각을 θ 라고 하면, $\tan \theta = \frac{1}{2}$ 이 된다.

한편, 점 $R(x_0, 0)$ 과 점 $Q(1, y_0)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{y_0}{1-x_0} = \frac{3}{2(1-x_0)}$ 가 되고,

문제에 조건에 의해 $\overline{QR}$ 과 법선이 이루는 각이 θ 와 같아야 하므로,

$$\text{탄젠트의 덧셈정리에 의해 } \frac{\frac{3}{2(1-x_0)} - (-2)}{1 + \frac{3}{2(1-x_0)} \cdot (-2)} = \frac{1}{2} \text{ 을 이용해 } x_0 = 3 \text{ 을 얻는다.}$$

[문제 3] 채점 기준

문제 3-1

- $x^2 + 2x + 2 = 0$ 의 한 근 α 에 대해 $c = d = 0$ 이라는 조건이 $c\alpha + b = 0$ 이라는 조건과 필요충분조건임을 이용하여

$g(f(\alpha)) = 0$ 을 만족하게 하는 $f(x)$ 를 찾으려 한다는 것을 보이면 +5점

- 일차식 $k\alpha + l$ 에 대해 $g(k\alpha + l)$ 를 계산하고 $\alpha^2 + 2\alpha + 2 = 0$ 을 이용하여

조건 $2kl + 2k - 2k^2 = 0, l^2 + 2l + 2 - 2k^2 = 0$ 을 얻으면 +3점

- $(a, b) = (5, 2), (3, 0)$ 을 구하면 +2점

문제 3-2

- 문제의 조건을 만족하는 점들의 집합이 $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 인 것을 보이면 +5점

- $Q(1, y_0)$ 에서의 법선의 기울기가 -2 라는 것을 보이면 +5점

- 탄젠트의 덧셈정리를 사용하여 $x_0 = 3$ 을 얻으면 +5점

1. 출전 및 출제 의도

제시문 출전

[문제 4-1] 제시문 (가): 생명과학 I,

II. 세포와 생명의 연속성; 1.세포와 세포분열; 1-1.염색체와 유전물질(천재교육, p.43-46); 1-2.세포 주기와 세포 분열(천재교육, p.55-59)

II. 세포와 생명의 연속성; 1.세포 주기와 세포분열; 1-1.염색체(교학사, p.42-45); 1-4.감수 분열(교학사, p.54-59)

II. 세포와 생명의 연속성; 1.세포와 세포분열; 1-1.염색체(비상교육, p.49-52); 1-3.감수 분열(비상교육, p.62-65)

II. 세포와 생명의 연속성; 1.세포와 세포분열; 1-1.유전자와 염색체(상상아카데미, p.51-54); 1-3.감수 분열(상상아카데미, p.64-68)

II. 세포와 생명의 연속성; 1.세포와 세포분열; 1-1.염색체와 유전 물질(천재교육, p.43-46); 1-2.세포 주기와 세포 분열(천재교육, p.55-59)

제시문 (나): 생명과학 I,

II.세포와 생명의 연속성; 2.유전; 2-3.염색체 이상과 유전자 이상(교학사, p.87-88)

II.세포와 생명의 연속성; 2.유전; 2-3.사람의 돌연변이(비상교육, p.98-99)

II.세포와 생명의 연속성; 2.유전; 2-3.염색체 이상과 유전자 이상(상상아카데미, p.94-95)

II.세포와 생명의 연속성; 2.유전; 2-3.유전자 이상과 염색체 이상(천재교육, p.85-86)

[문제 4-2] 제시문 (다): 생명과학 II,

II. 유전자와 생명공학; 1. 유전자와 형질 발현; 1. 유전물질의 구조와 DNA 복제(천재교육, p.97-105)

2. 유전자와 생명 공학; 1. 유전자와 형질 발현; 1-2 DNA의 구조와 복제(교학사, p.124-133);

II. 유전자와 생명공학; 1. 유전자와 형질 발현; 1. 유전물질(상상아카데미, p. 101-109);

제시문 (라): 생명과학 II,

II. 유전자와 생명공학; 1. 유전자와 형질 발현; 2. 유전자발현(천재교육, p.110-121)

2. 유전자와 생명 공학; 1. 유전자와 형질 발현; 1-3 형질발현(교학사, p.140-149);

II. 유전자와 생명공학; 1. 유전자와 형질 발현; 3. 유전자 발현과정(상상아카데미, p. 116-125);

제시문 (마): 생명과학 I,

I. 생명 과학의 이해; 1. 생명 과학의 이해; 1. 생명 과학의 발달; 3. 생명과학의 탐구과정(비상교육, p.16-18)

I. 생명 과학의 이해; 1. 생명 과학의 이해; 3. 생명 과학의 탐구(천재교육, p.28-32)

I. 생명 과학의 이해; 2. 생명 과학의 탐구 방법(교학사, p.26-29);

I. 생명 과학의 이해; 1. 생명과학의 생성과 발전; 2. 생명과학의 탐구 방법(상상아카데미, p. 20-23);

출제 의도

[문제 4-1] 생물은 자신과 닮은 개체를 만들어 세대를 이어가는데, 이처럼 생물이 자손을 만드는 현상을 생식이라고 한다. 특히 사람은 감수 분열 과정을 통해 염색체의 수가 모세포의 절반인 4개의 생식 세포를 생성하고, 생식 세포의 수정 과정을 거쳐 새로운 개체를 만든다. 하지만, 감수 1분열과 감수 2분열 과정에서 염색체의 비분리가 발생하게 되면 자손의 염색체 수가 정상인보다 많거나 적어질 수 있으며, 이러한 염색체 수의 변화에 의해 다양한 유전형이 나타날 수 있다. 제시문과 문제에서 주어진 결과를 바탕으로 염색체 비분리에 의한 염색체 수의 변화가 다음 세대에 어떻게 영향을 끼치는지를 논리적으로 이해하는 것이 본 문제의 의도이다. 가계도에서 ㉠과 ㉡은 부모 세대로서 3명의 자녀 ㉢, ㉣, ㉤ 중 2명에게서 질환이 나타났고 1명은 정상이다. 주어진 표를 통해 결과를 해석하여 각 사람의 염색체 형태를 이해할 수 있는지와 더불어 감수 1분열 과정과 감수 2분열 과정에서 각각 염색체 비분리 현상이 나타났을 때, 생식 세포의 염색체 수의 변화를 이해했는지를 종합적으로 평가한다.

[문제 4-2] 생명체의 유전적 형질을 나타내는 단위체인 유전자는 DNA에 들어 있는데, DNA를 이루는 염기는 항상 아데닌(A)은 티민(T)과만 결합하고, 구아닌(G)은 사이토신(C)하고만 결합하는 특성이 있다. 이러한 특성을 주어진 제시문을 읽고 문제에 주어진 자료들을 통합적으로 분석하여 DNA가 복제될 때 상황과, mRNA가 만들어지는 전사 과정을 이해하는 것이 본 문제의 핵심이다. 실험과정을 이해하고, 그에 따른 실험 결과인 표를 분석하여 정상 세포 DNA에서의 염기 조성과 암세포 DNA에서의 염기 조성비가 달라져 있음을 확인한다. 전체 DNA의 염기 조성이 암세포에서 바뀌었다는 사실을 제시문 (다)에 근거하여 찾아 낼 수 있는지 확인한다. 또한 암세포에 항암제 X와 Y를 각각 처리하여 각 암세포들의 염기 조성을 표를 통해 확인하였다. 항암제 X를 처리하면 DNA 가닥 한 쪽은 변화가 없으나, 다른 쪽 DNA 가닥의 염기 조성이 바뀐 것을 찾아 낼 수 있는지 확인한다. 이런 경우, 제시문 (다)와 (라)에 의해 DNA 복제 과정에 문제가 생긴 것을 찾아 낼 수 있는지 평가한다. 또한 항암제 Y를 처리한 경우, DNA의 염기 조성은 변화 없으나 mRNA 총량이 매우 줄어들어 있음을 확인하고, 제시문 (라)에 의해 전사 과정에 문제가 있음을 찾아내고 이는 항암제 Y가 RNA 중합 효소의 기능을 저해하여 암세포의 성장이 줄어듦을 찾아낼 수 있는지 평가한다. 마지막으로 주어진 실험에서 암세포에만 항암제 X와 Y의 기능을 검사하였는데, 정상인에 이 항암제들을 적용하기 위해서는 정상 세포에 X와 Y를 처리하여, 정상 세포에서는 DNA 염기 조성에 변화가 없고 mRNA 총량 또한 변화가 없는 것을 확인하는 실험을 진행하여, 생명과학 실험을 정확히 설계하고 이를 통합적으로 이해할 수 있는지 확인한다.

2. 예시 답안 및 채점기준

[문제 4-1] 예시 답안

- 가계도에서 부모인 ㉠과 ㉡은 세 명의 자녀 ㉢, ㉣, ㉤을 낳아 ㉢ 남자와 ㉣ 여자에서는 질환이 나타났고, ㉤ 남자는 정상이다. <표 1>에서 염색체의 형태를 근거로 하여 다음과 같이 예측할 수 있다. ㉠은 생식 세포에서 ㉢번처럼 하나의 N번 염색체를 갖는 정상 남자이다. ㉡은 체세포에서 ㉣번처럼 N번 염색체 하나를 더 갖는 질환 남자이고, ㉢은 체세포에서 ㉢번처럼 N번 염색체 하나가 부족한 질환 여자이다. ㉤은 체세포에서 ㉢번처럼 N번 염색체 2개를 갖는 정상 남자다.
- <표 1> 결과를 해석하면 ㉠에서 생성 가능한 생식 세포의 염색체 형태는 ①, ②, ③이고, 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 ㉠의 생식 세포는 감수 1분열 혹은 감수 2분열 과정에서 염색체 비분리가 발생한 것으로 예상할 수 있다. 감수 1분열 과정에서 염색체 비분리가 일어나면 ①, ③의 생식 세포가 생성되며 감수 2분열 과정에서 염색체 비분리가 일어나면 ①, ②, ③의 생식 세포가 생성된다.

채점 기준

- <그림 1> 결과를 바탕으로 <표 1> 결과의 ㉠ ~ ㉤ 세포의 특징을 정확히 설명하면 +3점
- ㉠에서 생성될 수 있는 생식 세포의 종류를 모두 제시하면 각 +1점(총 3점)
- 결과를 바탕으로 ㉠이 위와 같은 생식 세포를 갖는 이유를 정확히 밝히면 +4점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ± 0.5점 추가 점수 부여 가능함

[문제 4-2] 예시 답안

- 주어진 실험에서 DNA의 2중 가닥을 이루고 있는 염기의 비율을 조사하였고, 정상 세포에서는 가닥 a와 a'이 서로 상보적으로 A-T, G-C가 같은 비율로 이루어져 있음을 알 수 있다. 그러나 제시문 (다)에 근거하여 암세포에서는 DNA 가닥 a와 a' 사이의 A-T, G-C의 비율이 상보적으로 일치하지만, 각 염기의 비율은 정상세포와 달라져 있음을 알 수 있다. 이는 암세포의 DNA에 돌연변이가 발생하여 A-T, G-C의 비율이 달라졌음을 알 수 있다.
- 항암제 X를 처리하면, 항암제를 처리하지 않은 암세포와 비교하여 가닥 a와 a'의 염기 비율이 달라져 있음을 실험 결과를 통해 알 수 있다. 제시문 (다)에 근거하여 DNA의 두 가닥 중 한쪽 가닥의 염기 비율이 달라지면 DNA 복제 과정에 문제가 생겨서 암 세포의 성장이 줄어들었을 것임을 알 수 있다.
- 항암제 Y를 처리하면, 항암제를 처리하지 않은 암세포와 비교하여 가닥 a와 a'의 염기 비율은 같으나 mRNA 총량이 매우 줄어든 것으로 보아, 제시문 (라)에 근거하여 DNA를 주형으로 mRNA를 만드는 전사 과정에 문제가 발생하였고, RNA 중합 효소에 영향을 주어 암세포의 성장이 줄어들었을음을 알 수 있다.
- 항암제 X, Y를 환자에 실제 적용하기 위해서는 제시문 (마)에 근거하여 정상 세포와 항암제 X와 Y를 처리한 암세포를 대조군으로 사용하고, 항암제를 처리한 정상 세포를 실험군으로 사용해야 한다. 이때 항암제 X, Y를 처리한 정상 세포에서 가닥 a와 a'의 염기 비율이 바뀌지 않고, mRNA 총량 또한 변하지 않으면서 세포의 성장에 문제가 없는지 확인해야 한다.

채점 기준

- DNA 가닥 a와 a'의 비율이 달라져 암이 생긴 이유를 설명하면 +4점
- 항암제 X의 기능이 DNA 복제와 관련된 기능에 영향을 주었음을 설명하면 +5점
- 항암제 Y의 기능이 전사와 관련된 기능에 영향을 주었음을 설명하면 +5점
- 전사와 관련된 기능 중 RNA 중합효소에 영향을 주었음을 보이면 추가 +2점
- 항암제 X, Y를 환자에 실제 적용하기 위해서는 정상세포에서 실험을 진행해 봐야 한다는 내용이 있음을 설명하면 +4점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 0.5점 추가 점수 부여 가능함

물리

1. 출전 및 출제 의도

제시문 출전

[문제 4] 제시문 (가): 물리 I, 단위 II 물질과 전자기장, 소단원 1 전자기장 (천재교육, p. 105)
제시문 (나): 물리, 단위 II 물질과 전자기장, 소단원 1 전자기장 (교학사, p. 125)
제시문 (다): 물리 II, 단위 II 전기와 자기, 소단원 2 전류와 자기장 (천재교육, p. 139)
제시문 (라): 물리 II, 단위 II 전기와 자기, 소단원 2 전류와 자기장 (교학사, p. 154)

출제 의도

[문제 4] 전류, 자기장, 직선 전류, 원형 전류에 대한 이해는 물리를 공부하는 데 필요한 기본 개념 중 하나로 전자기학의 중요한 개념이다. 본 논술에서는 학생들이 수업에서 중요하게 다루어지는 직선 전류와 원형 전류 주위의 자기장과 전류가 흐르는 도체에 작용하는 자

기력과 평행한 도선 사이에 작용하는 힘에 대한 문제를 출제하였다.

문제 4-1은 같은 세기의 전류가 흐르는 직선 도선 사이에 전류가 흐르는 원형 도선이 놓여 있을 때 원형 도선의 중심에서 자기장이 0이 되는 조건을 찾고 원형 전류의 방향이 반대인 경우 자기장을 정량적으로 결정하는 문제로 직선 전류 주위의 자기장과 원형 전류 주위의 자기장으로부터 가능한 직선 전류의 방향과 원형 전류의 방향을 구하고 원형 전류의 방향이 바뀌는 경우에도 원형 도선의 중심에서 원형 전류에 의한 자기장의 크기는 같으므로 정량적인 자기장의 세기를 결정할 수 있게 된다. 전류와 자기장에 대한 이해력과 논리적 추론 능력을 평가하는 문제다.

문제 4-2는 전류가 흐르는 도체에 작용하는 자기력에 대해 분석하고 같은 세기의 전류가 흐르는 평행한 직선 도선 사이에 작용하는 자기력의 일부가 주어졌을 때 전류의 세기와 방향 및 자기력의 나머지 부분을 구하는 문제이다. 전류가 흐르는 도체에 작용하는 자기력이 전류와 자기장이 이루는 각도에 의존함을 이용하여 같은 크기의 자기력에 대응되는 전류의 세기의 비율을 정량적으로 구할 수 있으며 전류가 흐르는 평행한 직선 도선 사이에 작용하는 자기력의 크기를 알면 전류의 세기를 정량적으로 구할 수 있다. 또한, 평행한 직선 도선 사이에 작용하는 자기력을 한 도선이 다른 도선의 직선 전류에 의한 자기장에서 받는 자기력으로부터 구할 수 있다. 전류, 자기장, 자기력에 대한 이해력, 논리적 추론 능력 및 정량적 계산 능력을 평가하는 문제다.

2. 예시 답안 및 채점 기준

[문제 4-1] 예시답안

- 제시문 (나)에서 원형 도선의 중심에서 원형 전류에 의한 자기장이 0이 아니므로 직선 전류에 의한 자기장은 원형 도선의 중심에서 0이 될 수 없고 원형 도선의 중심에서 직선 전류에 의한 자기장과 원형 전류에 의한 자기장의 방향은 서로 반대 방향이다. 따라서 제시문 (가)에서 오른쪽 직선 전류의 방향은 $\rightarrow$ 방향(아래쪽 방향)이고 제시문 (나)에서 원형 전류의 방향은 반시계 방향이다.

※ 직선 전류와 원형 전류 주위의 자기장의 방향

- 원형 도선의 중심에서 왼쪽 직선 전류에 의한 자기장의 크기를 B 라 할 때 방향은 제시문 (가)에서 지면으로 들어가는 방향이다. 오른쪽 직선 전류에 의한 자기장도 같다. 원형 전류의 방향은 시계 방향으로 바뀌고 제시문 (나)에 의해 원형 도선의 중심에서 원형 전류에 의한 자기장의 크기는 $2B$ 이고 방향은 지면으로 들어가는 방향이다. 따라서 원형 도선의 중심에서 자기장의 세기는 $4B$ 이고 방향은 지면으로 들어가는 방향이다.

※ 직선 전류와 원형 전류 주위의 자기장의 방향과 세기

- 제시문 (라)에서 $B = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{2R}$ 이므로 원형 도선의 중심에서 자기장의 세기는 $4 \times 10^{-7} \frac{I}{R}$ 이다.

※ 직선 전류와 주위의 자기장의 정량적인 세기

채점 기준

1. 오른쪽 직선 전류의 방향을 바르게 제시하면 +2점
2. 원형 전류의 방향을 바르게 제시하면 +2점
3. 원형 도선의 중심에서 자기장의 방향을 바르게 제시하면 +3점
4. 원형 도선의 중심에서 자기장의 세기를 바르게 제시하면 +3점 (정량적인 표현을 제시하지 않고 직선 전류에 의한 자기장의 세기에 대한 상댓값을 제시하면 +2점)

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1-2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5 ~ +0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2] 예시 답안

- 도선이 받는 자기력의 크기는 문제에서 1 N 으로 주어지고 자기장의 세기는 B_0 로 주어지고 있으며 제시문 (다)에서 $F = BIl \sin \theta$ 이다. F, B, l 은 같으므로

$$I_{30^\circ} \cdot \sin 30^\circ = I_{90^\circ} \cdot \sin 90^\circ \text{가 성립한다. 따라서 } \frac{I_{30^\circ}}{I_{90^\circ}} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin 30^\circ} = 2 \text{이다.}$$

※ 전류가 흐르는 도체에 작용하는 자기력

- 제시문 (라)에서 직선 도선 1이 받는 자기력의 크기는 $F_1 = 2 \times 10^{-7} \frac{I_1 I_2}{r} l$ 이고

문제에서 $I = I_1 = I_2$ 이고 $F_1 = 10^{-4}$ N 이고 $r = 0.2$ m이며 $l = 1$ m이다.

이 값들을 모두 대입하면 $10^{-4} = 2 \times 10^{-7} \frac{I^2}{0.2}$ 이므로 식을 풀면 도선 1과 도선 2에 흐르는

전류의 세기는 $I = 10$ A 를 구할 수 있다.

※ 평행한 도선 사이에 작용하는 힘

- 제시문 (라)에서 직선 도선 1과 도선 2의 역할을 바꾸면 도선 2가 받는 자기력의 크기는 $F_2 = 2 \times 10^{-7} \frac{I_1 I_2}{r} l$ 이다. $r = 0.2$ m 이고 $l = 1$ m 로 F_1 의 경우와 같으므로 $F_2 = F_1 = 10^{-4}$ N 이다.

※ 평행한 도선 사이에 작용하는 힘

- 제시문 (가)와 (다) 및 문제에서 주어진 도선 1이 받는 자기력의 방향이 도선 1에서 도선 2를 향하는 방향이 되기 위해서는 도선 2의 전류는 도선 1의 전류와 같은 방향이다. 도선 1에서 도선 2의 직선 전류에 의한 자기장과 도선 2에서 도선 1의 직선 전류에 의한 자기장의 방향은 서로 반대 방향이다. 따라서 도선 2가 받는 자기력의 방향은 제시문 (다)에 의해 도선 2에서 도선 1을 향하는 방향이다. 즉, $\rightarrow$ 방향(왼쪽 방향)이다.

※ 직선 전류 주위의 자기장, 전류가 흐르는 도체에 작용하는 자기력

[문제 4-2] 채점 기준

1. 전류의 비율을 바르게 제시하면 +5점
2. 직선 전류를 바르게 제시하면 +5점
3. 도선 2가 받는 자기력의 크기를 바르게 제시하면 +5점
4. 도선 2가 받는 자기력의 방향을 바르게 제시하면 +5점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1-2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5 ~ +0.5점을 부여할 수 있습니다.

1. 출전 및 출제 의도

제시문 출전

- [문제 4]** 제시문 (가): 화학 I, 단위 1 화학의 언어(상상아카데미, p.47-50); 단위 1, 화학의 언어(교학사, p. 38-41); 단위 1 화학의 언어(천재교육, p.41-49); 단위 1 화학의 언어(비상교육, p.42-47).
- 제시문 (나): 화학 I, 단위 4, 달은폴 화학반응(상상아카데미, p. 199-201); 단위 4, 달은폴 화학반응(교학사, p. 240-243); 단위 4, 달은폴 화학반응(천재교육, p. 226-229); 단위 4, 달은폴 화학반응(비상교육, p. 220-222)
- 화학 II, 단위 3 화학 평형(상상아카데미 p.166-168); 단위 3 화학 평형(교학사, p.183-184); 단위 3 화학 평형(천재교육, p.162-165); 단위 3 화학 평형(비상교육, p.167-168).
- 제시문 (다): 화학 I, 단위 3 아름다운 분자 세계(상상아카데미, p.128, 137); 3 아름다운 분자 세계(교학사, p. 152-159); 3 아름다운 분자 세계(천재교육, p.141-142); 3 아름다운 분자 세계(비상교육, p.141-143).
- 제시문 (라): 화학 II, 단위 3 화학 평형(상상아카데미 p.145-150); 단위 3 화학 평형(교학사, p.160-162); 단위 3 화학 평형(천재교육, p.149); 단위 3 화학 평형(비상교육, p.149-150).
- 제시문 (마): 화학 II, 단위 1 다양한 모습의 물질(상상아카데미 p.23-28, 34-35); 1 다양한 모습의 물질(교학사, p.21-24, 33-34); 1 다양한 모습의 물질(천재교육, p.19-25); 1 다양한 모습의 물질 (비상교육, p.19-29).

출제 의도

- [문제 4]** 본 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정의 전반적인 내용을 평가하고자 하였다. 화학의 언어에 해당하는 화합물의 조성, 화학식, 화학 반응 등 양적 관계에 대한 이해와 개성 있는 원소와 관련하여 원자의 전기 음성도를 이해하고 이를 공유 결합 물질의 산화-환원 반응에 적용하는 통합적인 성취도를 평가하고자 하였다. 또한, 다양한 모습의 물질에서 다루는 기체의 부분 압력 법칙 및 화학 반응 속도와 관련된 반감기 등에 대한 이해도를 평가하고자 하였다.
- 문제 4-1은 화학 I에서 다루는 화학 반응, 화학 반응식, 산화수, 산화-환원 반응 등에 대한 전반적인 이해도를 평가하는 문제이다. 제시문의 내용을 이해하여 화학 반응식의 계수 및 양적 관계를 이용하는 능력을 평가하고자 하였다. 또한, 공유 결합 물질인 반응물과 결과물 내 원자들의 산화수를 구하고, 이를 바탕으로 산화-환원 반응을 통해 이동하는 전자의 물수를 알아내는 능력을 평가하고자 하였다.
- 문제 4-2는 화학 I에서 다루는 화학 반응식과 양적 관계, 화학 II에서 다루는 기체의 부분 압력 법칙과 반감기 등의 내용에 대한 전반적인 이해도를 평가하는 문제이다. 제시문에서 제공하는 정보를 정확하게 숙지하여 1차 반응의 반감기를 이해하고 이를 바탕으로 주어진 1차 기체 반응식의 반응 계수를 구하는 문제이다. 또한 돌턴의 부분 압력 법칙과 반감기의 내용을 연계하여 반응 시간에 따른 용기 내의 전체 압력을 구하는 능력을 평가하고자 하였다.

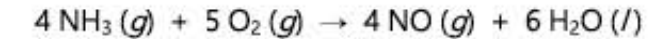
2. 예시 답안 및 채점 기준

[문제 4-1] 예시답안



- N, O, H의 개수를 고려하여 반응 계수를 구하면,
 $a = c, 3a = 2d, 2b = c + d$ 이고, 이를 만족하는 최소의 정수비는 4 : 5 : 4 : 6이다

(분수로 적어도 계수비만 맞으면 인정: $1 : \frac{5}{4} : 1 : \frac{3}{2}, 3 : \frac{15}{4} : 3 : \frac{9}{2}$ 등)



- 위 화학반응을 통해 전체 물질의 분자 개수가 4.515×10^{23} 개 변화하였고, 1몰의 분자 개수는 6.02×10^{23} 이므로, 변화된 전체 물수의 변화는

$$\frac{4.515 \times 10^{23}}{6.02 \times 10^{23}} = 0.75 \text{ 몰이다.}$$

NH_3 가 X몰 반응할 때, 이 화학반응의 몰수 변화를 구하면,

$$\text{감소한 반응물의 몰수: } -X - \frac{5}{4}X = -2.25X$$

$$\text{증가한 생성물의 몰수: } +X + \frac{6}{4}X = +2.5X$$

$$\text{전체 물수의 변화: } 2.5X - 2.25X = 0.25X$$

위에서 구한 전체 물수의 변화는 0.75몰이므로 $0.25X = 0.75, X=3$, 즉 3몰의 NH_3 가 반응하였다.

- 반응에서 N과 O의 산화수 변화를 구하면 (H의 산화수 변화는 없음),



N의 산화수 변화: $-3 \rightarrow +2$: NH_3 1몰당 전자 5몰을 내어줌.

NH_3 가 3몰 반응하였으므로 이동한 전자의 몰수는 $3 \times 5 = 15, Y=15$ 몰

(한편, O의 산화수 변화를 통해서도 같은 전자이동 몰수를 살펴볼 수 있다.

O의 산화수 변화: $0 \rightarrow -2$: 1몰의 NH_3 반응(산화)할 때,

$$\frac{5}{4} (\text{반응 계수비}) \times 2 (\text{산화수 변화}) \times 2 (\text{산소 개수}) = 5; \text{ 즉, 전자 5몰을 받음.}$$

$$3 \times 5 = 15, Y=15 \text{ 몰}$$

- NH_3 대신 CH_4 를 이용하여 반응을 진행시키면,



C의 산화수 변화: $-4 \rightarrow +4$: CH_4 1몰당 전자 8몰을 내어줌

따라서, 전자 15몰이 이동하기 위해서는 $\text{CH}_4 \frac{15}{8}$ 몰이 필요,

다른 풀이 방법

- 두 반응에서 반응 물질 1몰당 이동하는 전자 몰수비는 5 : 8 이므로,

CH₄의 반응에서 같은 Y몰수의 전자 이동을 위해서는 X몰의 $\frac{5}{8}$ 배 만큼의 CH₄이 필요하다 X=3이므로,

$$3 \times \frac{5}{8} = \frac{15}{8} \text{ 몰 CH}_4 \text{의 분자량은 } 12+1+1+1=16 \text{ 이므로, } \frac{15}{8} \text{ 몰} \times 16 \text{ g/몰} = 30 \text{ g. 즉 } Z=30$$

채점기준

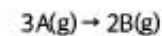
1. 반응 계수의 비, 4 : 5 : 4 : 6 을 바르게 구하면 +3점
2. 분자 개수 변화를 바탕으로 몰수 변화 0.75 몰을 바르게 구하고, 이를 이용하여 반응한 NH₃의 몰수 X=3을 도출하면 +3점
(논리적 전개를 보여주지 않으면 -2점)
3. N의 산화수 (혹은 O의 산화수) 변화를 고려하여 NH₃ 1몰당 전자 5몰이 이동함을 구하고, 이를 고려하여 전자 총 이동 몰수 Y=15를 바르게 구하면 +5점
4. CH₄ 1몰당 전자 8몰이 이동함을 고려하여 $\frac{15}{8}$ 몰이 필요하고 분자량을 고려하여 Z=30을 바르게 구하면 +4점

※ 계산을 잘못하면 -1점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 1.0점 추가 점수 부여 가능함

[문제 4-2] 예시답안

- 반감기는 반응물의 농도(기체의 경우 압력)가 $\frac{1}{2}$ 이 되는 시간을 의미한다. 반응물 A의 압력은 반감기인 시간 $t_{1/2}$ 동안에 P 에서 $\frac{1}{2}P$ 만큼 감소하여 $\frac{1}{2}P$ 가 된다. 시간 $t_{1/2}$ 에서 전체 압력이 $\frac{5}{6}P$ 이므로 $\frac{5}{6}P - \frac{1}{2}P = \frac{1}{3}P$ 는 새로 생성된 B의 압력을 나타낸다. 시간 $t_{1/2}$ 동안 소모된 A와 생성된 B의 압력 변화는 $\frac{1}{2}P : \frac{1}{3}P = 3 : 2$ 이므로 화학 반응식의 계수 α 와 β 는 3 : 2 이다.



- 시간 $3t_{1/2}$ 일 때 아래와 같이 3번의 반감기가 지나므로
 $3t_{1/2}$ 후의 전체 압력은 $P_T = P_A + P_B$
 $P_A : 1 - \frac{1}{2}P - \frac{1}{4}P - \frac{1}{8}P = 1 - \frac{7}{8}P = \frac{1}{8}P$ (혹은 $\frac{1}{2^3}P = \frac{1}{8}P$)
 $P_B : (\frac{1}{2}P \times \frac{2}{3}) + (\frac{1}{4}P \times \frac{2}{3}) + (\frac{1}{8}P \times \frac{2}{3}) = \frac{7}{12}P$
 전체 압력 $P_T = P_A + P_B = \frac{1}{8}P + \frac{7}{12}P = \frac{17}{24}P$
- f 몰의 A기체와 $2f$ 몰의 B기체를 추가한 직후 측정된 전체 압력은 $\frac{35}{24}P$ 이다. 혼합 기체의 전체 압력은 성분 기체의 총 몰수에 비례하는 값으로 성분 기체의 부분 압력의 합이 되므로, 기압 차이인 $\frac{35}{24}P - \frac{17}{24}P = \frac{3}{4}P$ 은 추가된 $3f$ 몰의 기체의 압력에 해당된다. P 기압에 해당되는 기체의 몰수는 2몰이라고 주어졌으므로,
 $P : 2 = \frac{3}{4}P : 3f$ 이고 이를 계산하여 $f = \frac{1}{2} = 0.5$ 임을 구할 수 있다.

다른 풀이 방법

- 기체의 압력은 물질의 몰수에 비례하므로, P 에 2를 대입하여 풀어나갈 수 있다. 반응물 A의 몰수는 반감기인

시간 $t_{1/2}$ 동안에 2몰에서 $\frac{1}{2}$ 만큼 감소하여 1몰이 된다($\frac{1}{2}P = 1$). 시간 $t_{1/2}$ 에서 전체 압력이 $\frac{5}{6}P$ 이므로

$\frac{5}{6}P - \frac{1}{2}P = \frac{1}{3}P = \frac{2}{3}$ 는 새로 생성된 B의 몰수를 나타낸다. 시간 $t_{1/2}$ 동안 소모된 A와 생성된 B의 몰수 변화는 $1 : \frac{2}{3} = 3 : 2$ 이므로 화학 반응식의 계수 α 와 β 는 3 : 2 이다.

- 시간 $3t_{1/2}$ 일 때 아래와 같이 3번의 반감기가 지나므로, $3t_{1/2}$ 후

$$A \text{의 몰수: } 2 - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \text{ (혹은 } \frac{1}{2^3}P = \frac{1}{4})$$

$$B \text{의 몰수: } (1 \times \frac{2}{3}) + (\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}) + (\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}) = \frac{7}{6}$$

$$\text{전체 몰수} = A \text{의 몰수} + B \text{의 몰수} = \frac{1}{4} + \frac{7}{6} = \frac{17}{12} \text{ 몰}$$

- f 몰의 A기체와 $2f$ 몰의 B기체를 추가한 직후 측정된 전체 몰수는 $\frac{35}{24}P = \frac{35}{24} \times 2 = \frac{35}{12}$ 몰이다.

몰수 차이인 $\frac{35}{12} - \frac{17}{12} = \frac{3}{2}$ 몰은 추가된 $3f$ 몰의 기체의 몰수에 해당된다.

$3f = \frac{3}{2}$ 이므로, $f = \frac{1}{2} = 0.5$ 임을 알 수 있다.

[문제 4-2] 채점 기준

1. 반응 계수의 비, $\alpha : \beta = 3 : 2$ 를 바르게 구하면 +4점
2. $3t_{1/2}$ 후의 기체 A와 B의 부분압력, 그리고 전체 압력 $\frac{17}{24}P$ 을 바르게 구하면 +6점 (몰수로 구하여도 인정: $\frac{17}{12}$ 몰)
3. 추가된 $3f$ 몰에 해당하는 압력이 $\frac{3}{4}P$ 임을 도출하고 (= $\frac{3}{2}$ 몰), 이를 이용하여 $f = \frac{1}{2} = 0.5$ 임을 바르게 구하면 +5점

※ 계산을 잘못하면 -1점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 1.0점 추가 점수 부여 가능함

2019학년도 논술전형 자연계열 II(오후) 문제

수학

[문제 1] 좌표평면의 원점 O에 위치한 두 점 A, B는 다음 단계에 따라 이동한다.

1단계

- 충분히 많은 공이 들어있는 빨간 주머니의 공 하나의 무게는 평균이 100g, 표준편차가 10g인 정규분포를 따른다.
- 충분히 많은 공이 들어있는 파란 주머니의 공 하나의 무게는 평균이 120g, 표준편차가 15g인 정규분포를 따른다.
- 두 주머니에서 공을 각각 임의로 뽑은 후, 공의 무게에 따라 다음과 같이 점 A, B를 이동시킨다.
 - 빨간 주머니에서 뽑은 공의 무게가 105g 이상이면 점 A는 x 축의 방향으로 +1만큼 평행 이동하고, 그렇지 않으면 y 축의 방향으로 +1만큼 평행 이동한다.
 - 파란 주머니에서 뽑은 공의 무게가 120g 이하이면 점 B는 x 축의 방향으로 -1만큼 평행 이동하고, 그렇지 않으면 y 축의 방향으로 -1만큼 평행 이동한다.

2단계

- 동전 한 개를 100번 던져서 앞면이 54번 이상이 나오면 점 A는 x 축의 방향으로 +1만큼 평행 이동하고, 그렇지 않으면 y 축의 방향으로 +1만큼 평행 이동한다.
- 다른 동전 한 개를 100번 던져서 뒷면이 49번 이하가 나오면 점 B는 x 축의 방향으로 -1만큼 평행 이동하고, 그렇지 않으면 y 축의 방향으로 -1만큼 평행 이동한다.

위의 규칙에 따라 두 점 A, B가 각각 이동했을 때, A, B의 거리가 3을 넘지 않을 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (단, 표준정규분포표의 확률은 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하여 제시하였다.) [20점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.2	0.1
0.5	0.2
0.8	0.3
1.2	0.4

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 0과 π 사이의 모든 실수 α 와 β 에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$(\text{단, } \alpha \neq \frac{\pi}{2}, \beta \neq \frac{\pi}{2}, \tan \alpha \tan \beta \neq 1)$$

- 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분계수 $f'(a)$ 는 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 기울기와 같다.
- 좌표평면 위의 두 점 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 사이의 거리는 $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 이다.

[문제 2-1] 각 B와 각 C의 크기가 같은 이등변 삼각형 ABC에 대하여 방정식 $x^3 - ax^2 - \frac{7}{2}x - b = 0$ 의

세 실근이 $\tan A$, $\tan B$, $\tan C$ 라고 한다. a 의 값을 구하시오. [10점]

[문제 2-2] 2보다 큰 실수 t 에 대하여 두 점 $A(t-1, -\frac{1}{t})$ 과 $B(-\frac{t+1}{t}, t)$ 가 곡선 $y = -\frac{1}{x+1}$ 위에 있다.

점 A에서의 접선과 점 B에서의 접선이 만나는 점을 C라고 하자. 각 ACB가 $\frac{\pi}{4}$ 일때, 선분 $\overline{AC}$ 의 길이의

제곱을 구하시오. [15점]

- 구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 미분가능한 함수 $x = g(t)$ 의 도함수 $g'(t)$ 가 구간 $[\alpha, \beta]$ 에서 연속이고 $a = g(\alpha)$, $b = g(\beta)$ 이면 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(g(t))g'(t) dt$$

- 모든 실수 a, b 에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가 $x = f(t)$, $y = g(t)$ 일 때, 시각 t 에서 점 P 의 속도는 다음과 같다.

$$\text{속도 } \vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right) = (f'(t), g'(t))$$

[문제 3-1] 다음을 계산하시오. [10점]

$$\int_0^2 \frac{e^{3x-1} + e^{-x+3}}{e^{x-1} + e^{-x+1}} dx$$

[문제 3-2] 실수 t 에 대하여 곡선 $x^2 + \frac{4}{3}y^2 = 1$ 과 직선 $y = \frac{e^t - e^{-t}}{2}x$ 가 만나는 점을 P 라고 하고,

P 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 x 축과 만나는 점을 Q 라고 하자. 점 Q 의 x 축방향으로의 속도가

$-\frac{\sqrt{15}}{8}$ 가 되는 최초의 t ($t > 0$)에 대하여, 점 Q 의 좌표를 구하시오.

(단, 점 Q 는 시각 $t = 0$ 일때 점 $Q_0(1, 0)$ 에서 출발한다.) [15점]

생명과학

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

가

염색체 이상에 의해 생기는 돌연변이를 염색체 돌연변이라고 한다. 염색체 돌연변이는 염색체 수 이상과 염색체 구조 이상에 의해 나타난다. 염색체 수는 정상이라도 염색체 구조에 이상이 생기면 유전적 이상을 일으켜 염색체 돌연변이가 나타난다. 염색체 구조 이상에는 결실, 중복, 역위, 전좌가 있다. 결실은 염색체 일부가 소실되는 것이며, 중복은 염색체에 같은 유전자가 삽입되면서 같은 부분이 반복되어 나타나는 것이다. 역위는 하나의 염색체상에서 염색체의 방향이 반대로 뒤집혀 있는 경우이며, 전좌는 한 염색체의 일부가 떨어져 나와 다른 염색체의 일부가 되는 현상이다. 하나의 염색체에는 수많은 유전자가 연관되어 있으므로 염색체 구조가 달라지면 유전 질환이 나타나는 원인이 된다.

나

생물이 지니는 고유한 특징을 형질이라 하고, 형질이 부모로부터 자손에게 전달되는 현상을 유전이라고 한다. 멘델의 유전 원리에서 두 쌍의 대립 유전자가 서로 다른 염색체상에 있으면 각 대립 유전자 쌍은 우성과 열성, 분리의 법칙, 독립의 법칙을 따라 유전된다. 그러나 두 쌍의 대립 유전자가 같은 염색체상에 있으면 독립의 법칙이 성립되지 않는다. 이처럼 하나의 염색체상에 함께 있는 연관된 유전자들을 연관군이라고 한다. 같은 염색체에 존재하는 연관된 유전자도 가끔 떨어져 부모에 없던 새로운 형태의 유전자 조합이 만들어질 수 있는데, 이러한 현상을 교차라고 한다. 유전자가 재조합되어 나타나는 자손의 비율은 연관되어 나타나는 자손의 비율에 비해 출현 빈도가 낮지만, 자손의 유전자 다양성을 증가시키는 요인으로 작용한다.

다

세균은 단세포 생물로서 대부분 이분법으로 번식하고, 인체 내외의 다양한 환경에서 생활한다. 질병을 일으키는 세균은 몸속으로 들어가 빠르게 증식하거나 독소를 생산하여 세포나 조직을 손상시키고 파괴하기도 한다. 세균에 의한 감염은 음식물의 섭취, 호흡에 의한 흡입, 다른 사람과의 접촉 등 다양한 경로를 통해 발생한다. 세균성 질병에서는 용도에 맞게 적절한 용량으로 항생제를 투여하면 뚜렷한 효과가 나타난다.

라

DNA가 복제될 때에는 먼저 상보적으로 결합하고 있던 염기 사이의 수소 결합이 끊어지면서 2중 나선이 두 가닥으로 분리된다. 복제가 시작되는 지점에서 2중 나선이 단일 가닥으로 분리된 후, DNA 중합 효소는 각 주형 가닥의 염기와 상보적으로 결합하는 새로운 뉴클레오타이드를 결합시켜 새로운 DNA 사슬을 합성한다. DNA 복제 과정에서 DNA 중합 효소는 뉴클레오타이드의 3' 말단에 이어 다음 뉴클레오타이드를 결합시키기 때문에 새로운 DNA 가닥은 5' → 3' 방향으로 합성된다. DNA 중합 효소가 연속적으로 합성하는 DNA 사슬을 선도 가닥이라고 하며, DNA 합성이 비연속적으로 합성되는 가닥을 지연 가닥이라고 한다. DNA 복제 과정을 통해 새로 만들어진 DNA 사슬은 모세포가 가지고 있던 DNA 2중 나선 서열과 같은 염기 서열을 갖는다.

마

세포 분열 시 모세포의 DNA는 복제되어 딸세포로 전달된다. 왓슨과 크릭은 DNA의 2중 나선 구조를 토대로 하여 상보적인 염기쌍의 특성이 유전 물질의 자기 복제 과정을 설명하고 있다고 하였다. 이처럼 DNA가 복제될 때 2중 나선의 각 사슬이 주형으로 사용되어 새로운 DNA가 합성되는 방식을 반보존적 복제라고 한다. 이러한 DNA의 반보존적 복제 현상은 메셀슨과 스탈의 실험으로 증명되었다. 이들은 ^{15}N 동위 원소가 포함된 배지에서 대장균을 배양하여 DNA가 ^{15}N 로 표지된 대장균을 얻었다. 이 대장균을 ^{14}N 배지로 옮겨 여러 세대 배양하면서 새로 합성된 DNA를 ^{14}N 로 표지시킨 후, 각 세대에서 추출한 DNA를 원심 분리시켜 합성된 DNA가 밀도에 따라 다르게 분리되게 하였다.

[문제 4-1] 유전 질환 X의 발병 원인을 연구하기 위하여 현재까지 연구된 내용을 조사하고, 아래 실험을 새롭게 진행하여 그 결과를 정리하였다.

[선행 연구 조사]

- I. 유전 질환 X는 염색체 하나의 구조 이상에 의해 발병하는 질환이다.
- II. 염색체 구조 이상 부위에는 유전자 A, B, E, G가 서로 연관되어 있고, 유전자 배열은 유전자 B로부터 시작된다.

[실험 과정]

- I. 정상인과 유전 질환 X가 있는 환자 5명으로부터 혈액을 채취하고, 유전 질환 X를 유발하는 염색체를 분리하였다.
- II. 분리한 염색체의 DNA양을 측정하여 실험 결과에 표로 나타내었다.
- III. 추출한 DNA의 염기 서열을 분석하여 염색체 구조 이상 부위에 포함된 유전자의 종류를 실험 결과에 표로 나타내었다.

[실험 결과]

결과 \ 사람	정상인	환자 1	환자 2	환자 3	환자 4	환자 5
DNA양(상댓값)	1.00	0.67	1.00	1.33	0.68	0.83
유전자종류* (알파벳 순서)	A, B, E, G	A, B	A, B, E, G	A, B, E, G	A, G	B, E

* 구조 이상이 일어난 후 염색체에 존재하는 유전자 종류

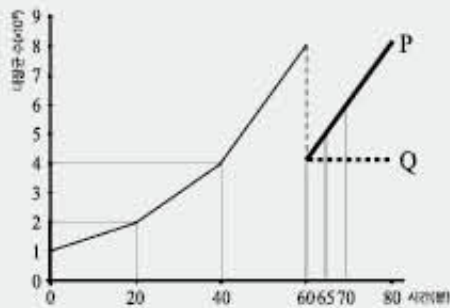
위 실험 결과를 바탕으로 각 환자에서 유전 질환 X를 일으키는 원인에 대해 제시문 (가)와 (나)를 바탕으로 논리적으로 설명하시오. 또한, 염색체 구조 이상 부위에 포함된 유전자 A, B, E, G의 배열 순서를 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 통합적으로 설명하시오. (단, 각 환자에서 돌연변이는 한 번만 일어났고, 이 돌연변이는 유전 질환 X만을 일으킨다.) [10점]

[문제 4-2] 올해 유행한 식중독을 일으키는 대장균의 항생제 K를 개발하기 위해 이 대장균의 DNA 복제 방식을 알아보는 실험을 진행하고 그 결과를 정리하였다.

[실험 과정]

- I. ^{15}N 로 표지된 $^{15}\text{NH}_4\text{Cl}$ 이 들어 있는 영양 배지에서 대장균을 여러 세대 배양하여 모든 대장균의 DNA를 ^{15}N 로 표지시켰다.
- II. ^{15}N 로 표지된 대장균을 $^{14}\text{NH}_4\text{Cl}$ 이 들어 있는 영양 배지로 옮겨 60분 동안 배양하였고, 시간에 따른 대장균 수의 변화를 아래 <그림 1>에 나타내었다.
- III. 위 II 단계에서 60분 동안 배양해서 얻은 대장균의 종류를 균일하게 절반씩 나누어 2개의 새로운 배지로 옮겨 배양하였다. 이때 $^{15}\text{NH}_4\text{Cl}$ 이 들어 있는 배지에서 자란 대장균을 P라 하고, $^{14}\text{NH}_4\text{Cl}$ 과 항생제 K가 들어 있는 배지에서 자란 대장균을 Q라 한다.
- IV. 배양하는 동안 60분, 65분, 70분에 P, Q의 DNA를 추출하여 제한 효소로 절단한 후, 같은 크기를 갖는 DNA 절편 (a), (b), (c), (d), (e)의 양을 측정하여 <표 1>에 나타내었다.
- V. 80분 동안 배양한 P, Q에서 추출된 DNA를 원심 분리기로 분리해 DNA의 밀도를 분석한 결과를 <표 2>에 나타내었다.

[실험 결과]



<그림 1> 대장균 수의 변화

<표 1> 대장균에서 얻은 DNA 절편의 측정값

대장균	시간(분)	DNA 절편(상댓값)				
		(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
P	60	25	25	25	25	25
	65	25	50	25	25	25
	70	38	50	38	25	25
Q	60	25	25	25	25	25
	65	25	25	25	25	25
	70	25	25	25	25	25

<표 2> ^{14}N 와 ^{15}N 가 표지된 DNA 조성비

대장균	시간(분)	단일 가닥 DNA 조성비	
		^{14}N	^{15}N
P	80	①	②
Q	80	③	④

위 <표 1>에서 얻어진 실험 결과와 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 항생제 K가 이 대장균에 어떻게 작용하는지를 논리적으로 설명하시오. 또한, 이 실험 결과와 제시문 (라)와 (마)에 근거하여 <표 2>의 ^{14}N 가닥과 ^{15}N 가닥의 조성비(①, ②, ③, ④)를 논리적으로 구하시오. [20점]

물리

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

가

물체에 알짜힘이 작용하지 않는 한, 물체는 정지 상태나 일정한 속도로 움직이는 상태를 유지한다. 이를 뉴턴 운동 제1법칙이라고 한다. 물체에 힘이 작용하면 알짜힘의 방향으로 그 물체가 가속될 것이고, 그 가속도 a 는 물체에 작용하는 알짜힘 F 에 비례하고 질량 m 에 반비례한다. 이를 뉴턴 운동 제2법칙이라고 하며, 수식으로 나타내면 $a = \frac{F}{m}$ 이다. 질량이 1kg인 물체에 1 N의 힘을 작용하면 물체의 가속도는 1 m/s^2 이다. 한 물체가 다른 물체에 힘을 작용하면 동시에 다른 물체도 그 물체에 같은 크기의 힘을 반대 방향으로 작용한다. 이를 뉴턴 운동 제3법칙이라고 한다.

나

일정한 힘이 작용하는 공간에서 힘의 방향과 비스듬하게 던져진 물체가 포물선을 그리는 운동을 포물선 운동이라고 한다. 중력만이 작용하는 물체의 자유 낙하 운동에서 중력 가속도는 g 로 일정하다. 한편, 높은 곳에서 지표면에 대하여 수평으로 던진 물체의 운동은 수평 방향과 수직 방향으로 나누어 볼 수 있다. 공기의 저항을 무시하면 물체는 수평 방향의 등속도 운동과 수직 방향의 등가속도 운동을 합성한 포물선 운동을 한다.

다

운동하는 물체의 질량(m)과 속도($\vec{v}$)에 비례하는 물리량을 운동량($\vec{p}$)이라고 하며, $\vec{p} = m\vec{v}$ 로 나타낸다. 물체에 작용한 힘은 그 물체의 운동량의 시간에 따른 변화율이다. 두 물체의 충돌에서 외력이 작용하지 않을 때 충돌 전과 충돌 후에 두 물체의 운동량의 합은 항상 일정하다. 이것을 운동량 보존 법칙이라고 한다. 서로 다른 두 물체가 충돌할 때, 충돌 전후의 운동량과 운동 에너지가 보존되는 충돌은 완전 탄성 충돌이라고 하며, 두 물체가 충돌 후 한 덩어리가 되는 충돌은 완전 비탄성 충돌이라고 한다. 평면 상에서 두 물체가 충돌한 경우 x 축 방향의 운동량과 y 축 방향의 운동량이 각각 보존된다. 질량이 m_1 이고 속도가 $\vec{v}_1$ 인 물체가 질량이 m_2 이고 속도가 $\vec{v}_2$ 인 물체와 충돌한 후, 물체의 속도가 각각 $\vec{v}_1'$, $\vec{v}_2'$ 이 되었을 때, 다음과 같은 식을 만족한다.

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$$

물체에 힘을 작용하여 일을 하면 일을 한 만큼 물체의 에너지가 증가하거나 그 에너지가 다른 형태의 에너지로 전환된다. 질량이 m 인 물체가 속력 v 로 움직일 때 운동 에너지 K 는 $K = \frac{1}{2}mv^2$ 이다. 물체가 높이 h 에서 가지고 있는 중력에 의한 에너지를 중력 퍼텐셜 에너지(또는 위치 에너지) U 라 하고 $U = mgh$ 로 나타낸다. 여기에서 g 는 중력 가속도이다.

[문제 4-1] 다음 그림 (a)와 같이, 질량이 M_A 인 물체 A가 비스듬하게 수평면과 θ 를 이루는 각으로 초기 속력 v 로 던져진다. 질량이 M_B 인 물체 B는 물체 A에서부터 오른쪽으로 수평 거리 H 만큼 떨어져 있고, 지표면에서 높이 $\sqrt{3}H$ 위치에 놓여 있다. 물체 A가 던져지는 동시에 물체 B가 지표면으로 수직 자유 낙하를 시작한다. 그림과 같이, 두 물체가 높이 R 위치에서 충돌한다. 이때, 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 이동 시간에 따라 처음 위치로부터 물체 A의 수평 방향의 변위(x_A)와 수직 방향의 변위(y_A)를 각각 식으로 나타내고, 물체 A의 초기 속력 v 와 각도 θ 를 논리적으로 구하시오. (단, 지구의 중력 가속도는 g 로 일정하고 물체의 크기는 무시하며, 공기 저항은 없다고 가정한다.) [10점]

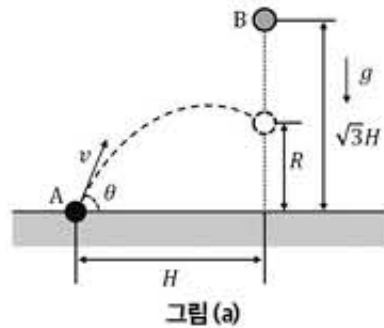


그림 (a)

θ	$\sin \theta$	$\cos \theta$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$

[문제 4-2] 아래 그림 (b)와 같이, 질량이 M_A 인 물체 A가 수평면과 30° 를 이루는 각으로 속력 40 m/s 로 던져진다. 그와 동시에 높이 60 m 에 정지해 있던 질량이 M_B 인 물체 B가 자유 낙하를 하고, 시간이 지나 두 물체가 높이 15 m 에서 충돌하였다. 물체 A와 물체 B가 충돌한 후 한 덩어리가 되어 낙하하였다. 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 두 물체가 충돌한 직후 물체의 속도 $\vec{v}$ 를 M_A 와 M_B 를 이용하여 수평 방향과 수직 방향으로 나누어서 식으로 나타내시오. 충돌한 순간부터 지표면에 도달하기까지 걸리는 시간 t 는 $\frac{M_B}{M_A}$ 에 따라 변하는데, 이 시간 t 의 범위를 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 논리적으로 구하시오. 또한, 질량 M_A 가 1 kg 이고 질량 M_B 가 7 kg 이며 낙하 시간 t 가 0.5 s 일 때, 충돌 전후로 손실된 에너지를 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 구하시오. (단, 지구의 중력 가속도는 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 로 일정하고 물체의 크기는 무시하며, 공기 저항은 없다고 가정한다.) [20점]

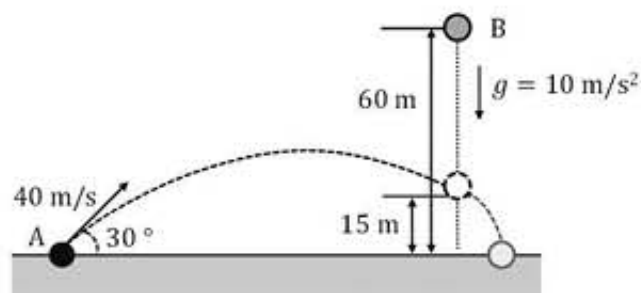


그림 (b)

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

가

화학 반응이 일어날 때 반응 물질과 생성 물질의 관계를 나타낸 식을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응이 일어나도 반응 전후 원자는 새로 생겨나거나 없어지지 않으며, 반응 물질의 원자 수 총합과 생성 물질의 원자 수 총합이 같은 것을 이용하여 화학 반응식을 나타낼 수 있다. 화학 반응식을 완성하면 반응 물질과 생성 물질의 분자 수, 질량, 부피 등 여러 가지 양적 관계를 알 수 있다. 화학 반응식에서 계수비는 각 물질의 입자 수의 비를 나타내고, 기체의 경우는 부피비를 나타낸다.

나

산의 H_3O^+ 과 염기의 OH^- 이 만나 물이 생성되는 반응을 중화 반응이라고 한다. 산-염기가 중화될 때 H_3O^+ 과 OH^- 이 반응하여 물이 되고, 산의 성분이었던 음이온과 염기의 성분이었던 양이온이 만나 생성되는 물질을 염이라고 한다. H_3O^+ 과 OH^- 이 결합하는 중화 반응에서 발생하는 열을 중화열이라고 한다. 이때 반응하는 H_3O^+ 과 OH^- 의 수가 많을수록 중화열이 많이 발생한다. 약산이나 약염기는 수용액에서 일부만 이온화하여 평형을 이룬다. 일반적으로 산 HA의 이온화 상수(K_a)는 다음과 같이 정의한다.

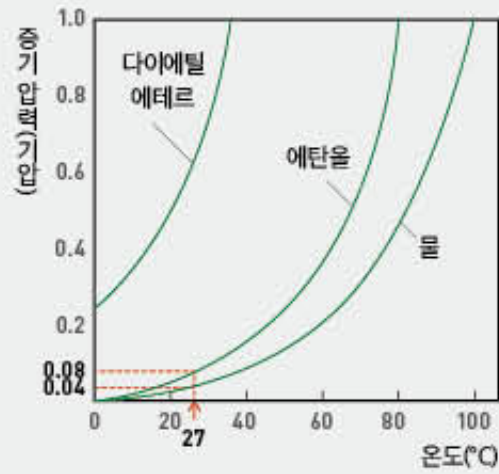
$$K_a = \frac{[\text{A}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{HA}]}$$

다

18족 원소 이외의 대부분의 원자들은 전자를 잃거나 얻어서 최외각 전자 껍질에 8개의 전자를 채워 안정한 전자 배치를 가지려고 하는데, 이러한 경향을 옥텟 규칙이라고 한다. 비금속 원자들은 전자를 공유함으로써 옥텟 규칙을 만족시키는데, 2개 이상의 원자들이 전자쌍을 공유하면서 형성되는 화학 결합을 공유 결합이라고 한다. 이때 각 원자에 포함된 원자가 전자 중에서 쌍을 이루지 않는 전자를 홀전자, 두 원자가 공유하는 전자쌍을 공유 전자쌍, 결합에 참여하지 않는 전자쌍을 비공유 전자쌍이라고 한다.

라

어떤 액체를 밀폐된 용기 속에 넣어 두면 액체가 기체로 증발되는 속도와 기체가 액체로 응축되는 속도가 같아진다. 이러한 상태가 동적 평형 상태이며, 일정한 온도에서 동적 평형 상태에 있을 때 기체가 나타내는 압력을 그 액체의 증기 압력이라고 한다. 액체의 온도를 높여주면 기체로 되는 분자 수가 많아지므로 증기 압력은 커진다. 온도 변화에 따른 증기 압력의 변화를 나타낸 그래프를 증기 압력 곡선이라고 하는데, 오른쪽은 몇 가지 액체의 증기 압력 곡선을 나타낸 것이다.



마

기체의 성질에 관한 보일 법칙, 샤를 법칙, 아보가드로 법칙을 종합하면 기체의 압력(P), 부피(V), 절대 온도(T), 몰수(n)에 대해 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있으며, 이 식을 이상 기체 상태 방정식이라고 한다.

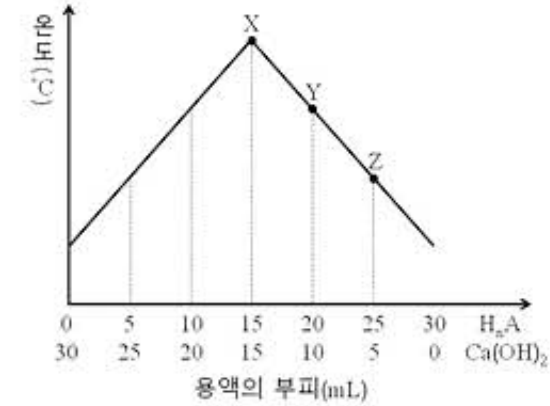
$$PV = nRT \quad (R \text{는 기체 상수})$$

한편, 서로 반응하지 않는 두 가지 이상의 기체가 혼합되어 있을 때 혼합 기체를 이루는 각 성분 기체가 나타내는 압력을 부분 압력이라고 한다. 돌턴은 실험을 통해 반응하지 않는 두 종류 이상의 기체가 섞여 있을 때 혼합 기체가 나타내는 전체 압력은 각 성분 기체의 부분 압력의 합과 같다는 것을 밝혀내었는데 이 법칙을 돌턴의 부분 압력 법칙이라고 한다. 혼합 기체의 전체 압력을 P_T , 각 성분 기체의 부분 압력을 $P_1, P_2, P_3, \dots$ 라고 하면 부분 압력 법칙은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$$

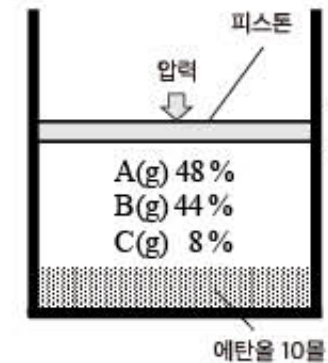
[문제 4-1]

다음 그래프는 0.2M 약산 $H_nA(aq)$ 와 0.1M 강염기 $Ca(OH)_2(aq)$ 의 부피를 다르게 하여 반응시켜 그 온도를 측정한 것을 나타낸 실험 결과이다. Y에서의 수소 이온 농도가 $1 \times 10^{-5} M$ 일 때, 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 이 산-염기 반응의 화학 반응식을 제시하고, X와 Z에서의 수소 이온 농도를 구하시오. (단, $Ca(OH)_2(aq)$ 에서 $Ca(OH)_2$ 의 이온화도(α)는 1이고, 이 실험 결과의 온도 범위에서 물의 이온곱 상수(K_w)는 1×10^{-14} 으로 일정하며, 혼합 용액의 부피는 혼합 전 각 용액의 부피의 합과 같다.) [10점]



[문제 4-2]

다음 그림과 같이 27°C, 0.98기압에서 서로 반응하지 않는 세 종류의 기체 A, B, C가 각각 48%, 44%, 8%의 질량 조성비로 10몰의 에탄올(C_2H_5OH)과 함께 실린더에 들어 있다. 이 세 종류의 기체에 대한 성질은 아래의 표에 나타내었고, 이때 실린더 안의 전체 기체의 부피는 24L이다. 제시문 (가), (다), (라), (마)에 근거하여, 이 실린더 안에서 액체 에탄올이 완전 연소하였을 때 실린더 안의 기체의 부피를 구하시오. 그 후, 외부 압력이 0.1기압으로 감소하였을 때 실린더 안의 기체의 부피와 남아 있는 액체의 몰수를 구하시오. (단, 피스톤의 질량과 마찰은 무시하되 액체의 증기 압력은 무시하지 않는다. 기체 상수 R 는 0.08기압·L/몰·K이고, 수소(H), 헬륨(He), 탄소(C), 산소(O)의 원자량은 각각 1, 4, 12, 16이며, 에탄올과 물의 증기 압력은 27°C에서 각각 0.08, 0.04기압이다.) [20점]



- 기체 A, B, C는 각각 헬륨(He), 산소(O_2), 이산화 탄소(CO_2) 중 하나다.
- 기체 A를 구성하는 원자들이 가지고 있는 원자가 전자의 총합은 12개다.
- 기체 B는 분자 내의 비공유 전자쌍의 개수와 공유 전자쌍의 개수가 동일하다.

자연계열 II(오후) 문제해설 제시문 출전 및 출제 의도

수학

1. 출전 및 출제 의도

제시문 출전

[문제 1] 제시문: 확률과 통계 II-2-2 독립사건과 종속사건 (㈜금성출판사, 정상권 외 7인, p.102-104)
 확률과 통계 III-2-2 조건부확률과 확률의 곱셈정리 (천재교육, 이준열 외 9인, p.106-109)
 확률과 통계 II-2-2 사건의 독립과 종속 ((주)지학사, 신항균 외 11인, p.86-90)
 확률과 통계 II-2-2 사건의 독립과 종속 (㈜교학사, 김창동 외 14인, p.98-103)
 확률과 통계 III-1-3 이항분포 (㈜금성출판사, 정상권 외 7인, p.134-139)
 확률과 통계 IV-1-3 이항분포와 그 성질 (천재교육, 이준열 외 9인, p.147-152)
 확률과 통계 III-1-2 이항분포 ((주)지학사, 신항균 외 11인, p.113-118)
 확률과 통계 III-1-2 이항분포 (㈜교학사, 김창동 외 14인, p.125-130)
 확률과 통계 III-1-4 정규분포 (㈜금성출판사, 정상권 외 7인, p.140-148)
 확률과 통계 IV-1-4 정규분포와 그 성질 (천재교육, 이준열 외 9인, p.153-162)
 확률과 통계 III-1-3 정규분포 ((주)지학사, 신항균 외 11인, p.119-130)
 확률과 통계 III-1-4 정규분포 (㈜교학사, 김창동 외 14인, p.135-144)

[문제 2] 미적분 II II-2-2 삼각함수의 덧셈정리 (㈜지학사, 신항균 외 11인, p.83)
 미적분 II II-2-1 삼각함수의 덧셈정리 (미래엔, 이강섭 외 14인, p.78)
 미적분 II II-2-1 삼각함수의 덧셈정리 (비상교육, 김원경 외 11인, p.77)
 미적분 I III-2-1 접선의 방정식 (비상교육, 김원경 외 11인, p.97)
 미적분 I III-2-1 접선의 방정식 (금성출판사, 정상권 외 7인, p.116)
 수학 I III-2-1 두 점 사이의 거리 (동아출판, 우정호 외 24인, p.147)
 수학 I III-1-1 두 점 사이의 거리 (좋은책 신사고, 황선욱 외 10인, p.117)

[문제 3] 수학 I I-1-1 다항식의 연산 (동아출판, 우정호 외 24인, 16)
 수학 I I-1-2 다항식의 곱셈과 나눗셈 (미래엔, 이강섭 외 14인, 16)
 수학 I I-1-2 다항식의 곱셈 좋은책 (신사고, 황선욱 외 10인, 16)
 기하와 벡터 II-2-1 속도와 가속도 (천재교육, 류희찬 외 17인, 111)
 기하와 벡터 II-3-1 속도와 가속도 (천재교육, 이준열 외 9인, 121)
 기하와 벡터 II-3-1 미분법을 이용한 속도와 가속도 (동아출판, 우정호 외 24인, 125)
 미적분 II IV-104 여러 가지 함수의 정적분 (지학사, 신항균 외 11인, 167)
 미적분 II IV-2-2 정적분의 치환적분법과 부분적분법 (금성출판사, 정상권 외 7인, 186)

출제 의도

[문제 1] 다양한 상황에서 발생하는 확률분포에 의한 확률적 사건과 이와 관련된 확률의 개념은 논리적 사고 및 의사결정에서 중요한 부분이다. 본 문제는 확률분포에 의한 좌표평면에서의 점의 이동과 그에 따른 확률 구조에 대한 이해도를 평가하고, 각 상황에서의 확률에 대한 비교가 정확하게 이루어지는지를 평가한다. 본 문제는 확률변수와 확률분포에 대한 기본 개념의 이해도를 평가하며 난이도는 중하 정도로 볼 수 있다.

[문제 2-1] 탄젠트 함수의 대칭성과 탄젠트 덧셈정리를 이용하여 식을 표현할 수 있는지, 그것을 정리하여 간단한 형태의 방정식을 풀 수 있는지 평가한다. 문제의 조건을 사용하여 하나의 근이 나옴을 보이는 것도 평가한다.

[문제 2-2] 미분을 이용하여 접선의 방정식을 구하는 법과 두 직선의 교점을 구하는 방법을 이해하고 있는지를 평가한다. 두 점 사이의 거리, 두 벡터의 내적과 두 벡터의 사잇각 사이의 관계를 숙지하고 계산을 수행할 수 있는지를 평가한다.

[문제 3-1] 치환적분을 이용하여 적분 계산을 수행할 수 있는지를 평가한다. 이 과정에서 함수의 대칭성을 이용하면 적분을 간단하게 만들 수 있는지도 평가한다. 또한 인수분해를 이용한 계산능력도 평가한다.

[문제 3-2] 평면 위의 주어진 조건을 함수로 표현하고, 합성함수의 미분을 이용해 그 도함수를 구해 속도를 구하고, 그것을 정리하여 방정식의 근을 구할 수 있는지 평가하는 문제이다. 또한, 함수의 증가와 감소를 잘 이해하고, 이를 구체적인 상황에 적용할 수 있는지 평가한다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시 답안

- 1단계에서 점 A, B가 이동하는 확률을 다음과 같이 계산한다.
 - 두 주머니에서 임의로 뽑은 공의 무게를 각각 확률변수 M_a , M_b 라고 하자.
 - 이때 $P(M_a \geq 105) = P\left(Z \geq \frac{105 - 100}{10}\right) = P(Z \geq 0.5) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 0.5) = 0.3$ 이다.
 - 따라서 점 A는 0.3의 확률로 x 축의 방향으로 +1만큼 평행 이동하고, 0.7의 확률로 y 축의 방향으로 +1만큼 평행 이동한다.
 - 또한, $P(M_b \leq 120) = P\left(Z \geq \frac{120 - 120}{15}\right) = P(Z \geq 0) = 0.5$ 이다.
 - 따라서 점 B는 0.5의 확률로 x 축의 방향으로 -1만큼 평행 이동하고, 0.5의 확률로 y 축의 방향으로 -1만큼 평행 이동한다.

- 2단계에서 점 A, B가 이동하는 확률을 다음과 같이 계산한다.

- 동전 한 개를 100번 던져서 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 U_a 라고 하면, U_a 는 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

이때 U_a 의 평균은 $100 \times \frac{1}{2} = 50$ 분산은 $100 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 25$ 이고, 시행 횟수가 충분히 크기 때문에 U_a 는

근사적으로 정규분포 $N(50, 5^2)$ 을 따른다. 따라서 구하는 확률은

$$P(U_a \geq 54) = P\left(Z \geq \frac{54-50}{5}\right) = P(Z \geq 0.8) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 0.8) = 0.2 \text{ 이고,}$$

점 A는 0.2의 확률로 x 축의 방향으로 +만큼 평행 이동하고, 0.8의 확률로 y 축의 방향으로 +만큼 평행 이동한다.

- 다른 동전 한 개를 100번 던져서 뒷면이 나오는 횟수를 확률변수 U_b 라고 하면, 같은 방법으로 U_b 는 근사적으로 정규분포 $N(50, 5^2)$ 을 따른다. 따라서 구하는 확률은

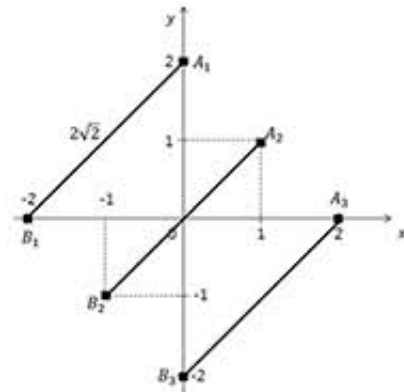
$$P(U_b \leq 49) = P\left(Z \leq \frac{49-50}{5}\right) = P(Z \leq -0.2) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 0.2) = 0.4 \text{ 이고,}$$

점 B는 0.4의 확률로 x 축의 방향으로 -만큼 평행 이동하고, 0.6의 확률로 y 축의 방향으로 -만큼 평행 이동한다.

- 위의 규칙에 따라 점 A, B가 이동하게 되면 선분 AB는 총 9가지의 경우가 발생하고, 이때의 거리는 $2\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$, 4 총 3가지 경우가 나온다. 따라서 두 점 A, B의 거리가 3을 넘지 않는 경우는 $2\sqrt{2}$ 일 경우이고 그때의 확률은 다음의 표와 같다.

점 A	점 B	확률
$A_1(0,2)$	$B_1(-2,0)$	$0.7 \times 0.8 \times 0.5 \times 0.4 = 0.112$
$A_2(1,1)$	$B_2(-1,-1)$	$(0.3 \times 0.8 + 0.7 \times 0.2) \times (0.5 \times 0.6 + 0.5 \times 0.4) = 0.19$
$A_3(2,0)$	$B_3(0,-2)$	$0.3 \times 0.2 \times 0.5 \times 0.6 = 0.018$

- 따라서 구하는 확률은 $0.112 + 0.19 + 0.018 = 0.32$ 이다.



[문제 1] 채점 기준

가) 1단계에서 정규분포를 이용하여 점 A, B가 각각 이동하는 확률을 제대로 계산한 경우: +5점

나) 2단계에서 이항분포가 근사적으로 정규분포를 따른다는 사실을 인지하고 그 정규분포를 이용하여 점 A, B가 각각 이동하는 확률을 제대로 계산한 경우: +5점

다) 선분 AB가 생기는 경우의 수 중 거리가 3보다 작은 경우를 올바르게 찾아내는 경우: +5점

라) 조건에 맞는 확률을 제대로 계산한 경우: +5점

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 최점 추가 점수 부여 가능함

[문제 2]

예시 답안

문제 2-1

먼저 탄젠트 함수의 대칭성과 탄젠트 덧셈정리, 그리고 각 B와 각 C의 크기가 같음을 이용하면 다음을 얻는다.

$$\tan A = \tan(\pi - (B + C)) = -\tan(B + C) = -\frac{\tan B + \tan C}{1 - \tan B \tan C} = \frac{2 \tan B}{\tan^2 B - 1}$$

$\tan B = t$ 라고 치환하여 근과 계수와의 관계를 사용하면 $\frac{4t^2}{t^2 - 1} + t^2 = -\frac{7}{2}$ 을 얻고, t^2 에 대한

이차방정식으로 바꾸어 근을 구하면 $t^2 = \frac{1}{2}$, -7 이 나오므로 $t^2 = \frac{1}{2}$ 가 되고, $B < \frac{\pi}{2}$ 가 성립해야 하므로

결국 $t = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 가 성립해야 함을 알 수 있다. 이를 대입하면 $a = -\sqrt{2}$ 임을 알 수 있다.

문제 2-2

A에서의 접선의 방정식 $y = \frac{1}{t^2}(x+1) - \frac{2}{t}$ 와 B에서의 접선의 방정식 $y = t^2(x+1) + 2t$ 를

이용하여 두 접선의 교점 $C = \left(-\frac{2t}{t^2-1} - 1, -\frac{2t}{t^2-1}\right)$ 을 t 로 표현한다. 그 다음,

두 벡터 $\overrightarrow{CA} = \frac{t^2+1}{t^2-1}\left(t, \frac{1}{t}\right)$ 와 $\overrightarrow{CB} = \frac{t^2+1}{t^2-1}\left(\frac{1}{t}, t\right)$ 를 구하고, 이 두 벡터를 내적한 후

$$\frac{t^2+1}{t^2-1}\left(t, \frac{1}{t}\right) \cdot \frac{t^2+1}{t^2-1}\left(\frac{1}{t}, t\right) = \frac{t^2+1}{t^2-1} \sqrt{t^2 + \frac{1}{t^2}} \frac{t^2+1}{t^2-1} \sqrt{t^2 + \frac{1}{t^2}} \cos \frac{\pi}{4}$$

식을 정리하여 $t^2 + \frac{1}{t^2} = 2\sqrt{2}$ 를 얻는다. 따라서, $t^2 = \sqrt{2} \pm 1$. 그러나 t 의 범위($t > 2$)를 고려하면,

그러한 t 는 존재하지 않으므로, $\overline{AC}$ 의 제곱은 존재하지 않는다.

문제 2-2 별해

탄젠트함수의 덧셈정리를 두 접선에 $y = \frac{1}{t^2}(x+1) - \frac{2}{t}$ 와 $y = t^2(x+1) + 2t$ 에 적용한 후,

$$1 = \tan \frac{\pi}{4} = \frac{t^2 - 1/t^2}{1 + t^2 \cdot 1/t^2} = \frac{t^2 - 1/t^2}{2} \text{ 또는 } 1 = \tan \frac{\pi}{4} = \frac{1/t^2 - t^2}{1 + t^2 \cdot 1/t^2} = \frac{1/t^2 - t^2}{2}$$

이 식을 정리하여 $t^2 - \frac{1}{t^2} = \pm 2$ (즉 $(t^2)^2 \pm 2t^2 - 1 = 0$)를 얻는다. 이 식을 풀면 $t^2 = \sqrt{2} \pm 1$

또는 $t^2 = -\sqrt{2} \pm 1$ 를 얻을 수 있는데 이때, t^2 은 양수이므로, $t^2 = \sqrt{2} \pm 1$ 이다.

그러나 t 의 범위($t > 2$)를 고려하면, 그러한 t 는 존재하지 않으므로, $\overline{AC}$ 의 제곱은 존재하지 않는다.

채점 기준

문제 2-1

- 탄젠트 덧셈정리를 이용하여 $\frac{4t^2}{t^2-1} + t^2 = -\frac{7}{2}$ 을 얻으면 +4점

- 문제의 조건들을 이용하여 $t = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 만 나오는 것을 보이면 +4점

- $a = -\sqrt{2}$ 를 얻으면 +2점

문제 2-2

● $C = \left(-\frac{2t}{t^2-1} - 1, -\frac{2t}{t^2-1}\right)$ 를 구하면 +5점

● 내적을 이용하여 $t^2 + \frac{1}{t^2} = 2\sqrt{2}$ 를 얻으면 +6점

● $t^2 = \sqrt{2} \pm 1$ 를 구하면 +2점

● t 의 범위를 고려하여, 그러한 " $\overline{AC}$ 가 정의되지 않는다"를 얻으면 +2점

문제 2-2 별해

● 탄젠트 함수의 덧셈정리를 이용하고, 식을 정리하여 $t^2 - \frac{1}{t^2} = \pm 2$ 를 얻으면 +11점

● $t^2 = \sqrt{2} \pm 1$ 를 구하면 +2점

● t 의 범위를 고려하여, 그러한 " $\overline{AC}$ 가 정의되지 않는다"를 얻으면 +2점

[문제 3] 예시 답안

문제 3-1

$t = x - 1$ 로 치환한 후, 적분을 정리한다.

$$A = \int_0^2 \frac{e^{3x-1} + e^{-x+3}}{e^{x-1} + e^{-x+1}} dx = \int_{-1}^1 \frac{e^{3t+2} + e^{-t+2}}{e^t + e^{-t}} dt = e^2 \int_{-1}^1 \frac{e^{3t} + e^{-t}}{e^t + e^{-t}} dt$$

그런데 $s = -t$ 로 치환하면 $A = e^2 \int_{-1}^1 \frac{e^{-3s} + e^s}{e^{-s} + e^s} ds = e^2 \int_{-1}^1 \frac{e^{-3t} + e^t}{e^{-t} + e^t} dt$ 이므로,

$$A = \frac{A}{2} + \frac{A}{2} = \frac{e^2}{2} \int_{-1}^1 \frac{e^{3t} + e^{-3t} + e^t + e^{-t}}{e^t + e^{-t}} dt$$

이다. 분모를 다음과 같이

$$e^{3t} + e^{-3t} + e^t + e^{-t} = (e^t + e^{-t})(e^{2t} + e^{-2t})$$

인수분해하여, 적분을 계산한다.

$$\int_0^2 \frac{e^{3x-1} + e^{-x+3}}{e^{x-1} + e^{-x+1}} dx = \frac{e^2}{2} \int_{-1}^1 \frac{e^{2t} + e^{-2t}}{e^t + e^{-t}} dt = \frac{e^2}{2} \left[\frac{e^{2t} - e^{-2t}}{2} \right]_{-1}^1 = \frac{e^4 - 1}{2}$$

문제 3-1 별해 1

$t = e^{x-1}$ 로 치환한 후, 적분을 정리한다.

$$\begin{aligned} \int_{1/e}^e \frac{e^2 \left(t^3 + \frac{1}{t} \right)}{t + \frac{1}{t}} \frac{1}{t} dt &= e^2 \int_{1/e}^e \frac{t^4 + 1}{t(t^2 + 1)} dt = e^2 \int_{1/e}^e \frac{(t^2 + 1)^2 - 2t^2}{t(t^2 + 1)} dt \\ &= e^2 \int_{1/e}^e t + \frac{1}{t} dt - 2e^2 \int_{1/e}^e \frac{t}{t^2 + 1} dt \end{aligned}$$

첫 번째 적분은 직접 계산하고, 두 번째 적분은 $u = t^2 + 1$ 로 치환하여 계산한다.

$$\begin{aligned} e^2 \int_{1/e}^e t + \frac{1}{t} dt - 2e^2 \int_{1/e}^e \frac{t}{t^2 + 1} dt &= e^2 \left[\frac{t^2}{2} + \ln t \right]_{1/e}^e - e^2 \int_{1+1/e^2}^{1+e^2} \frac{du}{u} \\ &= e^2 \left[\frac{e^2}{2} + 1 - \frac{1}{2e^2} + 1 \right] - e^2 [\ln u]_{1+1/e^2}^{1+e^2} = \frac{e^4 - 1}{2} \end{aligned}$$

문제 3-1 별해 2

e^{x+1} 를 분모 분자에 곱하고, 적분을 다음과 같이 정리한다.

$$\int_0^2 \frac{e^{4x} + e^4}{e^{2x} + e^2} dx = \int_0^2 \frac{(e^{2x} + e^2)^2 - 2e^2 e^{2x}}{e^{2x} + e^2} dx = \int_0^2 e^{2x} + e^2 dx - \int_0^2 \frac{2e^2 e^{2x}}{e^{2x} + e^2} dx$$

첫 번째 적분은 직접 계산하고, 두 번째 적분은 $t = e^{2x} + e^2$ 로 치환하여 계산한다.

$$\begin{aligned} \left[\frac{e^{2x}}{2} + e^2 x \right]_0^2 - e^2 \int_{1+e^2}^{e^2+e^4} \frac{1}{t} dt &= \left[\frac{e^4}{2} + 2e^2 - \frac{1}{2} \right] - e^2 [\ln t]_{1+e^2}^{e^2+e^4} \\ &= \left[\frac{e^4}{2} + 2e^2 - \frac{1}{2} \right] - 2e^2 = \frac{e^4 - 1}{2} \end{aligned}$$

문제 3-2

시각 t 에서의 점 Q의 좌표 Q(a, 0)를 구하기 위해 $y = \frac{e^t - e^{-t}}{2} x$ 를 대입하여 계산하면 $a^2 = \frac{3}{e^{2t} + e^{-2t} + 1}$ 이고,

점 Q가 연속적으로 움직이므로 $a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{e^{2t} + e^{-2t} + 1}}$ 이다. 그 다음 합성함수의 미분을 이용하면

$$a'(t) = -\sqrt{3}(e^{2t} - e^{-2t})(e^{2t} + e^{-2t} + 1)^{-\frac{3}{2}} \text{이고, } a'(t) = -\frac{\sqrt{15}}{8} \text{을 만족하는 } t \text{에 대해}$$

$$-\sqrt{3}(e^{2t} - e^{-2t})(e^{2t} + e^{-2t} + 1)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{\sqrt{15}}{8} \text{에서}$$

양변을 제곱하여 정리하면 $64(e^{2t} - e^{-2t})^2 = 5(e^{2t} + e^{-2t} + 1)^3$ 을 얻는다.

$(e^{2t} - e^{-2t})^2 = (e^{2t} + e^{-2t})^2 - 4$ 에 착안하여 $X = e^{2t} + e^{-2t}$ 으로 치환하면 방정식

$$5X^3 - 49X^2 + 15X + 261 = 0 \text{을 얻을 수 있고, } X = 3 \text{이 한 근이 됨을 이용하면 세 근이}$$

$$3, \frac{17+2\sqrt{181}}{5}, \frac{17-2\sqrt{181}}{5} \text{이 됨을 알 수 있다. 한편, } X = e^{2t} + e^{-2t} \text{는 미분하면 } t = 0 \text{에서 최솟값 } 2 \text{를 가지는}$$

증가함수라는 것을 알 수 있다. 따라서 $X = \frac{17-2\sqrt{181}}{5}$ 는 불가능하고 $X = 3$ 이 되는 t 가 $a'(t) = -\frac{\sqrt{15}}{8}$ 가 되는

최초의 t 라는 것을 알 수 있다. 따라서 그 최초의 t 에 대해 $e^{2t} + e^{-2t}$ 의 값은 3이 되고 이때

$$a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{e^{2t} + e^{-2t} + 1}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{이다.}$$

[문제 3] 채점 기준

문제 3-1

- $t = x - 1$ 로 치환하여 $e^2 \int_{-1}^1 \frac{e^{3t} + e^{-t}}{e^t + e^{-t}} dt$ 를 얻으면 +2점
- $t = -s$ 로 치환하고 대칭적인 구조를 이용하여 $e^2 \int_{-1}^1 \frac{e^{3t} + e^{-3t} + e^t + e^{-t}}{e^t + e^{-t}} dt$ 를 얻으면 +4점
- 위 적분을 계산하여 $\frac{e^4 - 1}{2}$ 를 얻으면 +4점

문제 3-1 별해 1

- $t = e^{x-1}$ 로 치환하여 $\int_{1/e}^e \frac{e^2 \left(t^3 + \frac{1}{t} \right)}{t + \frac{1}{t}} \frac{1}{t} dt$ 를 얻으면 +2점
- 식을 정리하여 적분이 가능한 형태와 가까운 $e^2 \int_{-1/e}^e t + \frac{1}{t} dt - 2e^2 \int_{-1/e}^e \frac{t}{t^2 + 1} dt$ 를 얻으면 +4점
- 위 적분을 계산하여 $\frac{e^4 - 1}{2}$ 를 얻으면 +4점

문제 3-1 별해 2

- $\int_0^2 \frac{e^{4x} + e^4}{e^{2x} + e^2} dx$ 를 얻으면 +2점
- 식을 정리하여 적분이 가능한 형태와 가까운 $\int_0^2 e^{2x} + e^2 dx - \int_0^2 \frac{2e^2 e^{2x}}{e^{2x} + e^2} dx$ 를 얻으면 +4점
- 위 적분을 계산하여 $\frac{e^4 - 1}{2}$ 를 얻으면 +4점

문제 3-2

- $a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{e^{2t} + e^{-2t} + 1}}$ 인 것을 보이면 +2점
- 합성함수의 미분을 이용해 $a'(t) = -\sqrt{3}(e^{2t} - e^{-2t})(e^{2t} + e^{-2t} + 1)^{-\frac{3}{2}}$ 임을 보이고
 $64(e^{2t} - e^{-2t})^2 = 5(e^{2t} + e^{-2t} + 1)^3$ 를 얻으면 +4점
- $X = e^{2t} + e^{-2t}$ 로 치환하여 방정식 $5X^3 - 49X^2 + 15X + 261 = 0$ 을 얻으면 +4점
- $X = 3$ 이 한 근이 되는 것과 $X = \frac{17 - 2\sqrt{181}}{5}$ 는 불가능하다는 것, $X = e^{2t} + e^{-2t}$ 가 $t = 0$ 에서 최솟값 2를 가지는
 증가함수라는 것을 이용하여 $a'(t) = -\frac{\sqrt{15}}{8}$ 가 되는 최초의 t 에 대해 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 임을 보이면 +5점
 ($X = 3$ 이 한 근이 되는 것을 보이고 바로 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 으로 결론을 내리면 +3점만 부여, $X = e^{2t} + e^{-2t}$ 가 $t = 0$ 에서
 최솟값 2를 가지는 증가함수라는 것을 이용하여 최초의 t 에 대해 $e^{2t} + e^{-2t}$ 의 값이 3이 된다는 것을 보이고
 이를 이용해 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 임을 보이면 +2점을 추가)

생명과학

1. 출전 및 출제 의도

제시문 출전

[문제 4-1] 제시문 (가): 생명과학 I,

- II.세포와 생명의 연속성, 2.유전; 3.유전자 이상과 염색체 이상(천재교육, p.85-89)
- II.세포와 생명의 연속성, 2.유전; 3.염색체 이상과 유전자 이상(교학사, p.87-95)
- II.세포와 생명의 연속성, 2.유전; 3.사람의 돌연변이(비상교육, p.98-102)
- II.세포와 생명의 연속성, 2.유전; 3.염색체 이상과 유전자 이상(상상아카데미, p.94-101)

제시문 (나): 생명과학 I,

- II.세포와 생명의 연속성; 2.유전; 1.유전의 기본 원리(천재교육, p.65-75)
- II.세포와 생명의 연속성, 2.유전; 1.멘델 법칙(교학사, p.68-80)
- II.세포와 생명의 연속성, 2.유전; 1.유전의 기본 원리(비상교육, p.77-85)
- II.세포와 생명의 연속성, 2.유전; 1.멘델의 유전 법칙(상상아카데미, p.77-85)

[문제 4-2] 제시문 (다): 생명과학 I,

- III.항상성과 건강; 3. 방어작용; 3-1.병원체(교학사, p.162-163)
- III.항상성과 건강; 3. 방어작용; 3-1.질병과 병원체(비상교육, p.183)
- III.항상성과 건강; 3. 방어작용; 3-1.병원체(천재교육, p.159-161)
- III.항상성과 건강; 3. 방어작용; 3-1.병원체(상상아카데미, p.166)

제시문 (라): 생명과학 II,

- II.유전자와 생명공학; 1.유전자와 형질 발현; 1-2.DNA 복제 과정(상상아카데미, p.112-113)
- II.유전자와 생명공학; 1.유전자와 형질 발현(천재교육, p.109)
- II.유전자와 생명공학; 1.유전자와 형질 발현; 1-2.DNA의 구조와 복제(교학사, p.136-137)

제시문 (마): 생명과학 II,

- II.유전자와 생명공학; 1.유전자와 형질 발현; 1-2.DNA의 구조와 복제(교학사, p.134-135)
- II.유전자와 생명공학; 1.유전자와 형질 발현; 1-2.DNA 복제(상상아카데미, p.110-111)
- II.유전자와 생명공학; 1.유전자와 형질 발현; 1-1.유전 물질의 구조와 DNA 복제(천재교육, p.106-108)

출제 의도

[문제 4-1]

염색체에는 많은 유전자들이 연관되어 있어서 염색체의 수나 구조이상에 의해 유전병이 나타나는 원인이 된다. 염색체 구조이상은 결실, 중복, 역위, 전좌가 있는데 결실은 염색체 일부가 소실되고, 중복은 염색체에 같은 부위가 삽입된다. 역위는 염색체의 특정 부위가 반대로 뒤집히는 경우이며, 전좌는 염색체 일부가 떨어져 나와 다른 염색체 일부가 되는 것이다. 문제 [4-1]은 선행 연구에서 이미 밝혀진 내용을 바탕으로, 각 환자의 DNA량과 유전자종류를 이용하여 염색체 구조이상의 원인을 밝혀내는 과정을 평가한다. DNA량과 구조 이상이 일어난 후 염색체에 존재하는 유전자 종류를 파악하여 환자 1, 4, 5는 결실이 일어났음을 알 수 있고, 환자 2는 DNA량과 유전자 종류가 정상인과 같으나, 질환이 있는 것으로 보아 역위가 일어났음을 알 수 있다. 또한 환자 3은 유전자

종류는 정상인과 동일하고 DNA량이 증가한 것으로 보아 특정 부위 유전자에 중복이 있음을 알 수 있다. 결실된 환자의 유전자 종류를 이용하여 유전자의 배열을 확인할 수 있으며, 유전자 순서가 B로부터 시작되므로, 결실 과정을 이용하여 유전자의 배열을 통합적으로 이해하고 있는지 통합적으로 평가하고자 하였다.

[문제 4-2] 세포는 성장하고 분열하여 딸세포를 얻는 과정을 반복하게 된다. 특히 유전 물질의 복제는 세포 분열을 준비하기 위한 매우 중요한 과정이기도 하다. 왓슨과 크릭에 의해 DNA 2중 나선 구조가 밝혀진 후, DNA의 복제 방식에 대한 연구가 매셀슨과 스탈에 의해 진행되었다. 이들은 대장균 DNA를 ^{15}N 으로 표지 시킨 후, 새로이 합성된 DNA 가닥이 밀도에 따라 다르게 분리되는 결과를 분석하여 DNA 복제가 반보존적으로 이루어진다는 것을 증명하였다. 제시문과 결과를 바탕으로 DNA의 반보존적 복제 현상과 DNA 복제 과정에 대해 충분히 논리적으로 이해하고 있는지 종합적으로 평가하고자 하였다. 65분 배양 후, P에서 추출된 DNA 절편 (b)의 양이 60분 배양한 대장균 보다 2배 증가한 결과를 바탕으로 P는 DNA 복제가 진행되고 있음을 예측할 수 있고, Q는 배양 과정에서 DNA 절편의 측정값에 변화가 없으므로 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 항생제 K에 의해 DNA 중합 효소가 저해되어 DNA 복제가 시작되지 않았음을 통합적으로 이해하였는지 평가하고자 하였다. 더불어 ^{15}N 동위 원소가 표지된 대장균 DNA의 변화 실험을 통해 반보존적 복제 현상을 알아내기 위한 생명과학 탐구 과정을 논리적으로 이해하였는지 평가하고자 하였다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] 예시 답안

- DNA 상대량과 구조 이상 부위의 유전자 종류를 알아보는 실험을 진행한 결과, 환자 1, 환자 4, 환자 5는 DNA의 상대량이 줄어 들었고, 제시문 (가)에 근거하여 결실이 일어났음을 알 수 있다. 결실이 일어날 때 환자 1은 유전자 E, G가, 환자 4는 유전자 B, E가, 환자 5는 유전자 A, G가 결실 되었다. 또한 환자 2는 DNA량에 변화가 없고 유전자 종류도 정상인과 같으나, 각 환자에서 돌연변이가 한번은 일어났으므로 역위가 발생하였다. 환자 3은 DNA량이 늘어났고 유전자 종류는 변함이 없는 것으로 보아 4개의 유전자 중 특정 부위가 중복되어 발생했음을 알 수 있다.
- 연관된 유전자 A, B, E, G에서 유전자 결실에 의한 환자의 유전자 종류를 이용하여, 유전자의 순서를 알 수 있다. 환자 1에서 유전자 E, G가 동시에 결실되어 있으므로, E-G(혹은 G-E)의 순서로 연관되어 있고, 환자 4에서 B-E(혹은 E-B)의 순서로 연관되어 있고, 환자 5에서 유전자 A-G(혹은 G-A)의 순서로 연관되어 있음을 알 수 있다. 유전자의 순서가 유전자 B에서 시작되므로, B-E-G-A(혹은 A-G-E-B)의 순서로 배열되어 있음을 알 수 있다.

채점 기준

1. 각 환자별로 질환의 발생 원인을 논리적으로 설명하면 각 +1점 (총 5점)
(환자 1, 4, 5는 결실, 환자 2는 역위, 환자 3은 중복에 의해 질환이 생겼음)
2. 환자 2가 역위인 이유를 논리적으로 설명하면 +1점
3. 유전자의 배열 순서를 논리적으로 제시하면 +4점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 0.5 점 추가 점수 부여 가능함

[문제 4-2] 예시 답안

- <그림 1>에서 대장균 수의 변화를 분석하여 시간에 따른 각 세대의 변화 과정을 예측할 수 있다. 배양 20분 후에 대장균 수는 2×10^8 으로 1세대, 40분 후에 4×10^8 으로 2세대, 60분 후에 8×10^8 으로 3세대이므로, 대장균은 20분마다 세포 분열하여 2배 증식한다. 새로운 배지로 옮겨 배양한 P는 20분 동안 세포 수가 2배 증가하여 정상적인 성장을 나타내었고, 항생제 K를 처리한 Q는 시간에 따른 대장균 수의 변화가 없으므로 성장하지 않았다.
- <표 1>에서 DNA 절편의 측정값으로 DNA 복제 과정을 예측할 수 있다. P에서 65분에 추출된 DNA 절편 (b)의 양이 60분에 비해 두 배 증가하였고, 70분에는 DNA 절편 (a)와 (c)의 측정값이 증가하므로 P는 DNA 복제가 진행되고 있음을 예측할 수 있다.

Q는 60분, 65분, 70분 모두 DNA 절편의 측정값에 변화가 없으므로 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 항생제 K에 의해 DNA 중합 효소의 기능이 저해되어 DNA 복제가 정상적으로 되지 않았음을 예측할 수 있다.

- <그림 1>에서 ^{15}N 으로 표지된 후, ^{14}N 배지로 옮겨 60분 동안 배양한 대장균 DNA의 ^{14}N 가닥과 ^{15}N 가닥의 조성비는 7:10이다. 이후 배지를 ^{15}N 으로 옮겨 20분 동안 배양한 P의 ^{14}N 가닥과 ^{15}N 가닥의 비율이 7:9이고, ^{15}N 과 항생제 K가 들어있는 배지에서 배양한 Q의 ^{14}N 가닥과 ^{15}N 가닥의 비율은 60분 동안 배양한 대장균 DNA의 조성비와 같은 7:10이다. 따라서 P의 DNA 조성비는 ㉠ = 7, ㉡ = 9이고, Q의 DNA 조성비는 ㉢ = 7, ㉣ = 10이다.

채점 기준

1. 문제를 풀기 위해서 P, Q의 증식에 대한 차이점을 설명하면 +2점
2. P와 Q의 DNA 절편 측정값을 DNA 복제 기능과 연관 지어 설명하면 +2점
3. <표 1>을 보고 항생제 K는 DNA 복제 과정에서 DNA 중합 효소의 기능을 저해하였다는 설명이 있으면 +5점
4. P의 DNA 조성비 (㉠ = 7, ㉡ = 9)와 Q의 DNA 조성비 (㉢ = 7, ㉣ = 1)를 구하면 각 +4점 (총 8점)
5. P와 Q의 ^{14}N 가닥과 ^{15}N 가닥의 조성비가 다른 이유를 정확히 설명하면 +3점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 0.5 점 추가 점수 부여 가능함

물리

1. 출전 및 출제 의도

제시문 출전

- [문제 4-1]** 제시문 (가): 물리 I - 시공간과 우주 (p.43, 45, 46, 교학사, 김영민 외)
물리 I - 시공간과 우주 (p.34 - 36, 천재교육, 박성일 외)
- 제시문 (나): 물리 II - 운동과 에너지 (p.31, 교학사, 김영민 외)
물리 II - 운동과 에너지 (p.30, 31, 천재교육, 박성일 외)
- 제시문 (다): 물리 I - 시공간과 우주 (p.47, 교학사, 김영민 외)
물리 I - 시공간과 우주 (p.36, 천재교육, 박성일 외)
물리 II - 운동과 에너지 (p.56-59, 교학사, 김영민 외)
물리 II - 운동과 에너지 (p.38-40, 천재교육, 박성일 외)
- 제시문 (라): 물리 I - 시공간과 우주 (p.52, 53, 교학사, 김영민 외)
물리 I - 시공간과 우주 (p.42, 천재교육, 박성일 외)

출제 의도

- [문제 4-1]** 물체의 힘과 운동을 기술하는 내용은 물리 1 '시공간과 우주'와 물리2 '운동과 에너지' 단원에서 모두 다루어지고 있는 기본 개념으로서 고교 물리 교과 과정에서 중요하게 다루어지고 있다. 본 문항 평가에서는 포물선 예제를 통하여 물리 1에서의 기본 개념인 변위, 속도, 가속도, 등속도 운동과 등가속도 운동을 이해하고, 물리 2에서의 위치벡터, 힘과 운동법칙, 포물선 운동을 이해하고 설명할 수 있다. 물체가 중력이 작용하는 방향이 비스듬하게 운동하는 경우, 제시문 (가)와 (나)에 따라서 물체의 운동이 포물선 운동임

을 알 수 있다. 즉, 제시문 (가)의 뉴턴 운동 제1법칙과 제2법칙에 따라서, 수평면과 평행한 방향의 운동은 알짜힘이 작용하지 않으므로 등속도 운동을 하며 수직 방향의 운동은 중력이 작용하는 등가속도 운동을 한다. 이를 제시문 (나)에서 확인하면, 포물선 운동을 하는 물체의 운동은 수평 방향의 등속도 운동과 수직 방향의 등가속도 운동을 합성한 운동을 하는 것으로 이해할 수 있다. 포물선 운동을 하는 물체의 수직 및 수평으로 이동한 거리(또는 변위)를 이용하여 초기 속력과 각도를 구하는 중하 정도의 난이도의 문제다.

[문제 4-2] 물체의 운동량과 에너지를 기술하는 내용은 물리 1 '시공간과 우주'와 물리2 '운동과 에너지' 단원에서 모두 다루어지고 있는 기본 개념으로서 고교 물리 교과 과정에서 중요하게 다루어지고 있다. 본 문항 평가에서는 물체의 충돌 예제를 통하여 물리 1에서의 운동량과 에너지 개념을 이해하고, 물리 2에서의 평면 상 포물선 운동을 분석하고 2차원에서의 운동량 보존 개념을 이해하여 충돌 현상을 설명할 수 있다. 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 두 물체의 충돌 전과 충돌 후에 운동량 보존 법칙과 완전 비탄성 충돌 개념을 이용하면, 따로 움직이던 두 물체가 충돌한 순간부터 한 덩어리가 되어 움직이는 물체의 속도를 구하고 지면에 도달하는 시간과 시간 범위를 구할 수 있다. 제시문 (다)와 (라)에 근거하여, 충돌 전후에 손실된 에너지를 이해하고 구할 수 있다. 본 문항 평가에서는 제시문에 나온 개념을 알고 정량적으로 평면 상 운동을 설명할 수 있으면 풀 수 있는 중 정도의 난이도의 문제다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] 예시답안

- 제시문 (가)와 (나)에 따라서 뉴턴 운동 제1법칙과 제2법칙으로 알짜힘을 수직 방향과 수평 방향으로 분석하고, 제시문 (나)에 따라서 포물선 운동을 기술할 수 있다. 우선, 시간 t 에서 물체 A에 대한 알짜힘에 따른 수평 방향의 변위(x_A)와 수직 방향의 변위(y_A)는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \text{수평방향: } F_x &= 0 \\ x_A &= vt \cos \theta \text{ 등속도 운동} \\ \text{수직방향: } F_y &= -M_A g = M_A a_y \\ y_A &= vt \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2 \text{ 등가속도 운동} \end{aligned}$$

- 충돌 상황은 두 물체의 위치가 같으므로 $x_A = x_B$ 와 $y_A = y_B$ 에서 다음과 같이 정리된다.

$$x_A = x_B \rightarrow vt \cos \theta = H \quad (1)$$

$$y_A = y_B \rightarrow vt \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2 = \sqrt{3} H - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow vt \sin \theta = \sqrt{3} H \quad (2)$$

식(1)과 식(2)의 양변을 각각 나누면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{vt \sin \theta}{vt \cos \theta} &= \frac{\sqrt{3} H}{H} \rightarrow \tan \theta = \sqrt{3} \rightarrow \theta = 60^\circ \\ \text{즉, } \theta &= 60^\circ \text{ 또는 } \frac{\pi}{3}. \end{aligned}$$

- 물체의 속력 v 는 충돌 시간을 t 라 하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R = \sqrt{3} H - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2(\sqrt{3} H - R)}{g}}$$

제시문 (나)와 $\theta = 60^\circ$ 를 물체 A의 x_A 방향 변위에 적용하면 다음과 같다.

$$v = \frac{H}{t \cos 60^\circ} = \frac{H}{\frac{1}{2} t} = 2H \sqrt{\frac{g}{2(\sqrt{3} H - R)}}$$

$$\text{답: } v = \sqrt{\frac{2gH^2}{\sqrt{3} H - R}}$$

$$(\text{또는, 식을 정리하여도 정답 } v = \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{3H^2 - R^2}} (H \sqrt{\sqrt{3} H + R}))$$

※ 다른 풀이 방식의 예시다.

$$y = \tan \theta x - \frac{g}{2v^2 \cos^2 \theta} x^2 \rightarrow R = \tan 60^\circ \cdot H - \frac{g}{2v^2 \cos^2 60^\circ} H^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2gH^2}{\sqrt{3} H - R}} \quad (\text{또는, } v = \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{3H^2 - R^2}} (H \sqrt{\sqrt{3} H + R}))$$

[문제 4-1] 채점 기준

- 물체 A의 수평 변위(x_A)와 수직 변위(y_A)를 바르게 쓰고 등가속도 운동과 등속 운동을 바르게 제시하면 +3점
- 논리적으로 바르게 기술하고 각도 θ 을 바르게 쓰면 +3점
- 속력(v)을 바르게 쓰면 +4점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2] 예시 답안

- 제시문 (나)에 따라서 포물선 운동을 표현할 수 있고 두 물체가 충돌하는 위치는 물체 B가 자유 낙하하는 거리(45 m)와 같다. 물체 A의 초기 속도(수평방향: $20\sqrt{3}$ m/s, 수직 위쪽 방향: 20 m/s)를 이용하고 물체를 던져진 후 충돌한 시간 t_c 를 구하여 충돌 직전 물체 A와 물체 B의 속도를 나타내면 다음과 같다.

$$45 = \frac{1}{2} g t_c^2 \rightarrow t_c = 3 \text{ s},$$

$$\vec{v}_A = 20\sqrt{3} \text{ m/s (수평방향)}, \quad g t_c - 20 = 10 \times 3 - 20 = 10 \text{ m/s (수직 아래쪽 방향)}$$

$$\vec{v}_B = g t_c = 10 \times 3 = 30 \text{ m/s (수직 아래쪽 방향)}, \quad 0 \text{ (수평방향)}$$

제시문 (다)에 따라서 운동량 보존을 수평 방향과 수직 방향을 생각하면 다음과 같이 충돌 직후 물체 A와 물체 B의 속도를 구할 수 있다.

$$\text{수평방향: } M_A v_{xA} + M_B v_{xB} = (M_A + M_B) v'_x \rightarrow v'_x = \frac{M_A}{M_A + M_B} 20\sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$\text{수직아래방향: } M_A v_{yA} + M_B v_{yB} = (M_A + M_B) v'_y \rightarrow v'_y = \frac{M_A + 3M_B}{M_A + M_B} 10 \text{ m/s}$$

- 위의 v'_y 를 이용하여 충돌 직후부터 바닥에 떨어지는 시간 t 는 다음과 같이 주어진다.

$$15 \text{ (m)} = v'_y t + \frac{1}{2} 10 t^2 \rightarrow t = \sqrt{\left(\frac{1 + 3(\frac{M_B}{M_A})}{1 + (\frac{M_B}{M_A})} \right)^2} + 3 - \frac{1 + 3(\frac{M_B}{M_A})}{1 + (\frac{M_B}{M_A})}$$

이때 이차방정식의 또 다른 해인 음수 t 는 물리적으로 맞지 않으므로 제외한다.

만약 다음 조건을 고려하면 도달시간 t 는 다음과 같이 근사된다.

$$M_A \gg M_B \rightarrow t = 1 \text{ s}$$

$$M_A \ll M_B \rightarrow t = (2\sqrt{3} - 3) \text{ s}$$

따라서, 도달시간 t 의 범위는

$$(2\sqrt{3} - 3) \text{ s} < t < 1 \text{ s}$$

라고 생각할 수 있다.

- 만약 $M_A = 1 \text{ kg}$, $M_B = 7 \text{ kg}$ 이고 $t = 0.5 \text{ s}$ 라면, 제시문 (다)에 근거하여 충돌 직후 속도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{수평 방향: } v_x' = \frac{M_A}{M_A + M_B} 20\sqrt{3} = \frac{1}{1+7} \times 20\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}$$

$$\text{수직 아래 방향: } v_y' = \frac{M_A + 3M_B}{M_A + M_B} 10 = \frac{1+3 \times 7}{1+7} \times 10 = \frac{55}{2} \text{ m/s}$$

제시문 (라)에 따라, 두 물체가 초기에 가지고 있는 에너지를 구할 수 있고 충돌 직전까지 에너지는 보존된다.

$$K_A = \frac{1}{2} M_A v^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 40^2 = 800 \text{ J}$$

$$U_B = M_B gh = 7 \times 10 \times 60 = 4200 \text{ J}$$

$$E = K_A + U_B = 5000 \text{ J}$$

충돌 직후 에너지는 다음과 같다.

$$K'_{A+B} = \frac{1}{2} (M_A + M_B) (v_x'^2 + v_y'^2) = 3100 \text{ J}$$

$$U'_{AB} = (M_A + M_B) gh = 1200 \text{ J}$$

$$E' = 4300 \text{ J}$$

따라서, 손실된 에너지는 다음과 같다.

$$\Delta E = E - E' = 700 \text{ J}$$

※ 다른 풀이로, 15m에서 충돌 직전과 직후 운동 에너지 차이로만 구할 수 있다.

$$\text{충돌 직전: } K_A + K_B = \frac{1}{2} M_A ((20\sqrt{3})^2 + 10^2) + \frac{1}{2} M_B 30^2 = 3800 \text{ J}$$

$$\text{충돌 직후: } K'_{A+B} = \frac{1}{2} (M_A + M_B) (v_x'^2 + v_y'^2) = 3100 \text{ J}$$

$$\text{손실된 에너지 } \Delta E = \Delta K = K_A + K_B - K'_{A+B} = 3800 - 3100 = 700 \text{ J}$$

[문제 4-2] 채점 기준

- 두 물체가 충돌한 후 속도 v_x' 와 v_y' 를 바르게 쓰면 +5점(오답이지만, 운동량 보존 법칙을 바르게 적용하면 +2점)
- 도달시간 범위 $(2\sqrt{3} - 3) \text{ s} < t < 1 \text{ s}$ 를 바르게 쓰면 +8점(t 범위는 오답이지만,

$$t = \sqrt{\left(\frac{1+3\left(\frac{M_B}{M_A}\right)}{1+\left(\frac{M_B}{M_A}\right)} \right)^2 + 3} - \frac{1+3\left(\frac{M_B}{M_A}\right)}{1+\left(\frac{M_B}{M_A}\right)} \text{ 를 바르게 쓰면 +4점}$$

(t 식을 전개하여 쓴 다음의 형태 답도 인정함.

$$t = \frac{2\sqrt{M_A^2 + 3M_A M_B + 3M_B^2} - M_A - 3M_B}{M_A + M_B} \text{ 또는,}$$

$$t = \frac{2\sqrt{1+3\frac{M_B}{M_A}} + 3\left(\frac{M_B}{M_A}\right)^2 - 1 - 3\frac{M_B}{M_A}}{1+\frac{M_B}{M_A}} \text{)}$$

- 충돌 전후 손실된 에너지 $\Delta E = 700 \text{ J}$ 를 바르게 쓰면 +7점(오답이지만, 충돌 전후 손실된 에너지 식을 바르게 쓰면 +3점)

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~4점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

화학

1. 출전 및 출제 의도

제시문 출전

- [문제 1]** 제시문 (가): 화학 I, 단원 I, 화학의 언어 (교학사 p. 24-25, 38-41; 천재교육 p. 27-29, 41-49; 상상아카데미 p. 33-34, 47-50, 비상교육 p. 36-37, 42-47).
- 제시문 (나): 화학 I, 단원 II, 개성 있는 원소 (교학사 p. 102; 천재교육 p. 114; 상상아카데미 p. 103-104, 비상교육 p. 113).
- 제시문 (다): 화학 I, 단원 IV, 달은 풀 화학 반응 (교학사 p. 209-216; 천재교육 p. 188-193; 상상아카데미 p. 177-188, 비상교육 p. 197-202).
- 제시문 (라): 화학 II, 단원 I, 다양한 모습의 물질 (교학사 p. 33-34; 천재교육 p. 23-24; 상상아카데미 p. 34-35, 비상교육 p. 27-29).
- 제시문 (마): 화학 II, 단원 IV, 화학 반응 속도 (교학사 p. 251; 천재교육 p. 219; 상상아카데미 p. 217-218, 비상교육 p. 230).

출제 의도

- [문제 4]** 본 논술 고사에서는 고등학교 화학 I, II 교과과정에 대한 전반적인 이해도를 평가하기 위해 융합적인 문제를 다루며 화학 반응식, 산과 염기의 반응, 공유 결합, 이상 기체 상태 방정식, 부분 압력의 법칙, 증기 압력 등 고교 화학 교과 과정에서 중요하게 다루어지고 있는 여러 가지 내용을 명확하게 이해하고 연계 지을 수 있는지 물어보고자 한다. 산-염기 중화 반응과 연소 반응을 화학 반응식으로 나타낼 수 있고, 화학 반응식으로부터 반응 물질과 생성 물질의 양적 관계를 이해할 수 있는지 물어보고자 한다. 산이나 염기의 이온화 상수를 이용하여 산-염기 중화 반응에서의 화학 평형을 이해하고, 그 양적 관계를 이해하고 있는지를 알아보고자 한다. 대부분의 기체가 공유 결합 물질이라는 것을 알고, 기체 분자의 전자 구조를 이해하고 있는지 알아보고, 액체와 기체가 반응하는 연소 반응을 제시하여 연소 반응에서의 양적 관계를 액체와 기체의 동적 평형, 부분 압력의 법칙, 이상 기체 상태 방정식과 연결 지어 사고할 수 있는지 물어보고자 한다.

문제 4-1에서는 제시문에서 제공하는 정보 및 문제에서 주어진 그래프를 정확하게 숙지하여 산-염기 중화 반응의 양적 관계를 바탕으로 중화 반응의 화학 반응식을 완성할 수 있어야 한다. 산과 그 짝염기의 농도가 같을 때의 수소 이온 농도가 산의 이온화 상수와 같음을 이해하고, 산-염기 평형 상태에서의 양적 관계를 산의 이온화 상수를 이용하여 알아낼 수 있어야 한다.

문제 4-2에서는 제시문 및 문제에서 제시하는 정보와 공유 결합 물질에서의 전자 구조에 대한 이해를 바탕으로 실린더 안에 존재하는 기체의 종류를 판별한 후, 기체의 질량 조성비와 분자량을 이용하여 그 몰수비를 계산할 수 있어야 한다. 액체 에탄올의 증기 압력, 부분 압력의 법칙, 이상 기체 상태 방정식을 연계하여 연소 반응 전 실린더에 존재하는 전체 기체의 몰수를 구하고, 몰수비를 바탕으로 각 기체의 몰수를 계산할 수 있어야 한다. 그 후, 에탄올의 연소 반응에 대한 화학 반응식을 완성하여 반응 전에 존재하였던 각 기체의 몰수가 연소 반응 후 어떻게 변화하는지 그 양적 관계를 알아내어야 하고, 연소 반응에 의한 반응 물질과 생성 물질의 몰수 변화가 전체 기체의 부피에 어떻게 영향을 주는지 이상 기체 상태방정식을 이용하여 알아낼 수 있어야 한다. 특히, 액체 상태의 물이 에탄올의 연소 반응으로부터 생성된다는 것을 인지하고, 물의 증기 압력까지 고려하여 전체 기체의 부피를 계산할 수 있어야 한다. 마지막으로, 실린더의 외부 압력이 감소하였을 때, 실린더 안에 존재하는 물질의 상 변화가 일어날 수 있음을 인지하고, 이를 고려하여 실린더 안의 기체의 부피와 남아 있는 액체의 몰수를 계산할 수 있어야 한다.

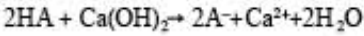
2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] 예시답안

- 그래프로부터 0.2 M H_nA와 0.1 M Ca(OH)₂가 1:1의 부피비로 중화 반응이 일어남을 알 수 있다. 중화 반응에서 수소 이온과 수산화 이온이 1:1로 반응하므로 다음 식이 성립한다.

$$n \times 0.2 \text{ M} \times V_1 \text{ L} = 2 \times 0.1 \text{ M} \times V_1 \text{ L} \quad \therefore n=1$$

따라서 약산은 HA의 화학식으로 나타낼 수 있고, 중화 반응의 화학 반응식은 다음과 같이 쓸 수 있다.



- Y에서 약산 HA 20 mL 중 10 mL가 중화 반응을 하여 A⁻로 변하고, 10 mL는 HA의 형태로 남아 있게 된다.

즉, 혼합 용액에서 HA와 A⁻의 초기 농도는 $[\text{HA}]_0 = [\text{A}^-]_0 = 0.2 \text{ M} \times \frac{10 \text{ mL}}{30 \text{ mL}} = \frac{2}{30} \text{ M}$ 이 된다.

평형이 이동하여 HA의 농도가 x만큼 변화했다면, 평형 상태에서의 농도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

	$\text{HA} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{A}^- + \text{H}_3\text{O}^+$		
초기 농도(M)	$\frac{2}{30}$	$\frac{2}{30}$	0
이온화 농도(M)		+x	+x
평형 후 농도(M)	$(\frac{2}{30} - x)$	$(\frac{2}{30} + x)$	x

따라서 $K_a = \frac{[\text{A}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{HA}]} = \frac{(\frac{2}{30} + x)x}{(\frac{2}{30} - x)}$ 로 나타낼 수 있다. Y에서의 수소 이온 농도가 1×10^{-5} 로

주어졌기 때문에 $x = 1 \times 10^{-5}$ 이고, 약산 HA의 x 값은 작기 때문에 $(\frac{2}{30} - x) \approx \frac{2}{30}$, $(\frac{2}{30} + x) \approx \frac{2}{30}$ 로

근사할 수 있다. 이 값을 위의 이온화 상수 식에 대입하면, 약산 HA의 이온화 상수(K_a)는 1×10^{-5} 로 구할 수 있다.

- X에서는 약산 HA 15 mL 모두가 중화 반응을 하여 A⁻로 변한다. 혼합 용액에서 A⁻만 존재한다고 볼 수 있기 때문에,

$$[\text{HA}]_0 = 0, [\text{A}^-]_0 = 0.2 \text{ M} \times \frac{15 \text{ mL}}{30 \text{ mL}} = \frac{1}{10} \text{ M} \text{로 생각할 수 있다. A는 수용액에서 다음과 같이 이온화할 수}$$

$$\text{있고, 그 이온화 상수 } K_b = \frac{K_w}{K_a} = \frac{1 \times 10^{-14}}{1 \times 10^{-5}} = 1 \times 10^{-9} \text{ 이다. 평형이 이동하여 A-의 농도가 x만큼 변화했다면,}$$

평형 상태에서의 농도는 다음과 같이 나타낼 수 있다

	$\text{A}^- + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{HA} + \text{OH}^-$		
초기 농도(M)	$\frac{1}{10}$	0	0
이온화 농도(M)	-x	+x	+x
평형 후 농도(M)	$(\frac{1}{10} - x)$	x	x

$$\text{약산 HA의 x 값은 작기 때문에 } K_b = \frac{[\text{HA}][\text{OH}^-]}{[\text{A}^-]} = \frac{x^2}{(\frac{1}{10} - x)} = \frac{x^2}{(\frac{1}{10})} = 1 \times 10^{-9} \text{로 나타낼 수 있다.}$$

이 식을 풀면, $x = [\text{OH}^-] = 1 \times 10^{-5} \text{ M}$ 이고, 이를 이용하면 X에서의 수소 이온 농도는

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_w}{[\text{OH}^-]} = \frac{1 \times 10^{-14}}{1 \times 10^{-5}} = 1 \times 10^{-9} \text{ M로 구할 수 있다.}$$

- Z에서 HA의 5 mL가 중화 반응에 참여하여 A⁻를 생성하고, 20 mL는 반응에 참여하지 않고 HA의 형태로 남아 있다.

즉, 혼합 용액에서의 HA의 초기 농도는 $[\text{HA}]_0 = 0.2 \text{ M} \times \frac{20 \text{ mL}}{30 \text{ mL}} = \frac{4}{30} \text{ M}$ 이고, A⁻의 초기 농도는

$$[\text{A}^-]_0 = 0.2 \text{ M} \times \frac{5 \text{ mL}}{30 \text{ mL}} = \frac{1}{30} \text{ M} \text{ 이다. 평형이 이동하여 HA의 농도가 x만큼 변화했다고 가정하면,}$$

평형 상태에서의 농도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

	$\text{HA} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{A}^- + \text{H}_3\text{O}^+$		
초기 농도(M)	$\frac{4}{30}$	$\frac{1}{30}$	0
이온화 농도(M)	-x	+x	+x
평형 후 농도(M)	$(\frac{4}{30} - x)$	$(\frac{1}{30} + x)$	x

$$\text{약산 HA의 x 값은 작기 때문에, } K_a = \frac{[\text{A}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{HA}]} = \frac{(\frac{1}{30} + x)x}{(\frac{4}{30} - x)} \approx \frac{1}{4}x = 1 \times 10^{-5} \text{라고 나타낼 수 있다.}$$

즉, $x = 4 \times 10^{-5}$ 임을 구할 수 있다. Z에서의 수소 이온 농도 $[\text{H}_3\text{O}^+] = x = 4 \times 10^{-5} \text{ M}$ 이다.

[문제 4-1] 채점 기준

1. 중화 반응에서의 양적 관계를 이해하여 약산의 화학식이 HA임을 보이고 중화 반응식을 제대로 완성하면 +3점
생성 물질에서 $2A^- + Ca^{2+}$ 대신 CaA_2 라고 써도 인정
2. Y에서의 수소 이온 농도가 약산 HA의 이온화 상수와 같음을 알고, HA의 이온화 상수가 1×10^{-6} 임을 보이면 +2점
3. 1, 2 번을 바탕으로 X에서의 수소 이온 농도가 $[H_3O^+] = 1 \times 10^{-6} M$ 임을 구하면 +3점
4. 1, 2 번을 바탕으로 Z에서의 수소 이온 농도가 $[H_3O^+] = 4 \times 10^{-6} M$ 임을 구하면 +2점

※ 제시문 (가), (나)에 근거하지 않는 방법을 이용하여 3, 4번을 구하면 인정하지 않음

※ 계산을 잘못하면 -1점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ± 0.5 점 추가 점수 부여 가능함

[문제 4-2] 예시답안

- 헬륨, 산소, 이산화 탄소를 구성하는 원자들의 원자가 전자의 총합, 비공유 전자쌍의 개수, 공유 전자쌍의 개수는 다음과 같다.
 - 1) 헬륨(He): 원자가 전자 2개, 비공유 전자쌍 1개, 공유 전자쌍 0개
 - 2) 산소(O₂): 원자가 전자 12개, 비공유 전자쌍 4개, 공유 전자쌍 2개
 - 3) 이산화 탄소(CO₂): 원자가 전자 16개, 비공유 전자쌍 4개, 공유 전자쌍 4개따라서 A는 산소, B는 이산화 탄소, C는 헬륨임을 알 수 있다.

- 기체 A, B, C의 조성비와 분자량으로부터 세 기체의 몰수비를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$n_A : n_B : n_C = \frac{48}{32} : \frac{44}{44} : \frac{8}{4} = \underline{1.5 : 1 : 2}$$

- 초기 조건에서 실린더의 전체 압력이 0.98기압이고 에탄올의 증기 압력이 0.08기압이므로 기체 A,B,C만의 압력은 다음과 같다.

$$P_{A+B+C} = P_{\text{전체}} - P_{\text{에탄올(증)}} = 0.98 - 0.08 = 0.9 \text{ 기압}$$

기체의 부피는 24 L로 주어졌고, 기체 상수는 0.08기압L/몰K, 온도는 27°C=300 K이기 때문에, 세 기체의 전체 몰수를 다음과 같이 구할 수가 있다.

$$n_A + n_B + n_C = \frac{P_{A+B+C} V}{RT} = \frac{0.9 \text{ 기압} \times 24 \text{ L}}{0.08 \text{ 기압 L/몰 K} \times 300 \text{ K}} = 0.9 \text{ 몰}$$

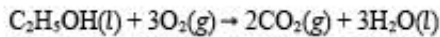
세 기체 분자의 몰수비(1.5:1:2)와 전체 몰수 0.9몰을 이용하면 각 기체 분자 A, B, C의 몰수는 다음과 같이 구할 수 있다

$$1) n_A = 0.9 \text{ 몰} \times \frac{1.5}{(1.5 + 1 + 2)} = \underline{0.3 \text{ 몰 (산소)}}$$

$$2) n_B = 0.9 \text{ 몰} \times \frac{1.5}{(1.5 + 1 + 2)} = \underline{0.2 \text{ 몰 (이산화 탄소)}}$$

$$3) n_C = 0.9 \text{ 몰} \times \frac{1.5}{(1.5 + 1 + 2)} = \underline{0.4 \text{ 몰 (헬륨)}}$$

- 물과 에탄올의 증기 압력 곡선을 보면 27°C, 0.98기압에서 에탄올과 물은 액체 상태로 존재한다. 따라서 에탄올의 연소 반응은 다음과 같이 쓸 수 있다.



연소 반응 전, 생성물인 에탄올이 10몰, 산소가 0.3몰 존재하므로, 연소 반응 후 실린더 안 각 분자들의 몰수는 다음과 같다.

$$1) \text{ 산소: } 0.3 \text{ 몰} - 0.3 \text{ 몰} = 0 \text{ 몰}$$

$$2) \text{ 이산화 탄소: } 0.2 \text{ 몰} + 0.2 \text{ 몰} = 0.4 \text{ 몰}$$

$$3) \text{ 헬륨: } 0.4 \text{ 몰 (연소 반응에 참여하지 않으므로 변화가 없음)}$$

$$4) \text{ 물: } 0.3 \text{ 몰}$$

$$5) \text{ 에탄올: } 10 \text{ 몰} - 0.1 \text{ 몰} = 9.9 \text{ 몰}$$

- 연소 반응 후에는 산소(A)가 전부 소모되고 물이 생성되어 물과 에탄올이 실린더 안에서 액체로 존재한다. 액체의 대부분은 에탄올이기 때문에 (0.3몰(물) << 9.9몰(에탄올)), 액체 전체의 증기 압력은 에탄올의 증기 압력과 비슷하다고 생각할 수 있다. 실린더 안의 기체 압력은 기체 B, C와 액체의 증기 압력의 합과 같으므로, 부분 압력의 법칙을 이용하여 27°C에서 두 기체 B+C만의 압력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{B+C} = P_{\text{전체}} - P_{\text{에탄올(증)}} = 0.98 - 0.08 = 0.9 \text{ 기압}$$

또한 반응 후 두 기체 B와 C의 몰수의 합은 $n_B + n_C = 0.4 + 0.4 = 0.8$ 몰이기 때문에 반응 후의 기체의 부피는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V = \frac{(n_B + n_C) RT}{P_{B+C}} = \frac{0.8 \text{ 몰} \times 0.08 \text{ 기압 L/몰 K} \times 300 \text{ K}}{0.9 \text{ 기압}} = \frac{64}{3} = \underline{21.3 \dots \text{ L}}$$

- 압력이 0.1기압으로 감소했을 때 기체 'B+C'의 압력과 몰수는 위와 동일하게 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{B+C} = P_{\text{전체}} - P_{\text{에탄올(증)}} = 0.1 - 0.08 = 0.02 \text{ 기압}$$

$$n_{B+C} = 0.4 + 0.4 = 0.8 \text{ 몰}$$

이상 기체 상태 방정식을 이용하여 기체의 부피를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{0.8 \text{ 몰} \times 0.08 \text{ 기압 L/몰 K} \times 300 \text{ K}}{0.02 \text{ 기압}} = \underline{960 \text{ L}}$$

- 액체 전체의 몰수는 에탄올 9.9몰과 물 0.3몰을 합해 10.2몰이다. 액체의 대부분은 에탄올이기 때문에 액체의 증기 압력은 에탄올의 증기 압력과 비슷하다고 생각할 수 있다. 따라서 액체의 증발에 의한 기체의 몰수는 다음과 같다.

$$n_{\text{증발(증)}} = \frac{PV}{RT} = \frac{0.08 \text{ 기압} \times 960 \text{ L}}{0.08 \text{ 기압 L/몰 K} \times 300 \text{ K}} = 3.2 \text{ 몰}$$

따라서 남아 있는 액체의 몰수는 10.2몰 - 3.2몰 = 7몰이 된다.

[문제 4-2] 채점 기준

1. 기체 A, B, C의 종류를 제대로 판별하여 A가 산소, B가 이산화 탄소, C가 헬륨임을 보이면 +2점
2. 기체 A, B, C의 조성비와 분자량으로부터 몰수비가 $n_A : n_B : n_C = 1.5 : 1 : 2$ 임을 계산하면 +2점
3. 에탄올의 증기 압력을 고려한 후, 이상 기체 상태 방정식을 이용하여 기체의 전체 몰수가 0.9몰임을 구하고, 2번에서 구한 몰수비를 이용하여 기체 A, B, C의 몰수가 각각 0.3몰, 0.2몰, 0.4몰이라는 것을 구하면 +3점
4. 에탄올 연소 반응의 화학 반응식을 완성하고 이로부터 연소 반응이 끝난 후의 A, B, C 각각의 기체 몰수가 0몰, 0.4몰, 0.4몰이라는 것을 구하면 +3점
5. 에탄올의 증기 압력과 4번에서 구한 기체의 몰수를 이용하여 연소 반응 후의 기체의 부피가 $\frac{64}{3} \text{ L} = 21.3 \dots \text{ L}$ 임을 구하면 +4점
6. 압력이 0.1기압으로 감소할 때 에탄올의 증기 압력을 고려하여 기체의 부피가 960L이라는 것을 구하면 +4점
7. 6번에서 구한 기체의 부피와 액체의 증기 압력을 이용하여 남아 있는 액체 에탄올의 몰수가 7몰이라는 것을 구하면 +2점

※ 계산을 잘못하면 -1점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ± 0.5 점 추가 점수 부여 가능함

IV. 2020학년도 모의논술
문제해설

- 2020학년도 모의논술 문제 075
- 2020학년도 모의논술 해설 086

2020학년도 모의논술
자연계열 문제

수학

[문제 1] 영화는 두 단계로 구성된 게임에 다음과 같은 규칙에 따라 참여한다.

단계 I

동전 두 개를 동시에 던져서 둘 다 앞면이 나오면 1, 둘 다 뒷면이 나오면 2, 그렇지 않으면 3의 값을 얻고 단계 II로 넘어간다.

단계 II

동전 네 개를 동시에 던져서 앞면과 뒷면의 개수가 다르면 단계 I에서 나온 값의 제곱을 최종 점수로 얻고 게임은 종료되며, 그렇지 않으면 단계 II를 반복한다.

위의 규칙에 따라 영화가 게임에 참여할 때 얻을 수 있는 최종 점수의 기댓값을 구하시오. (단, 기댓값은 분수로 제시하거나 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하여 제시한다.) [20점]

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$ 에 대하여 X 의 각 원소 x 에 Z 의 원소 $g(f(x))$ 를 대응시켜 X 를 정의역, Z 를 공역으로 하는 새로운 함수를 정의할 수 있다. 이 새로운 함수를 f 와 g 의 합성함수라 하고, 기호로 $g \circ f: X \rightarrow Z$ 와 같이 나타낸다.

- $a > 0$, $a \neq 1$, $N > 0$ 일 때 다음이 성립한다.

$$a^x = N \Leftrightarrow x = \log_a N$$

- 미분 가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

[문제 2-1] 함수 $f(x) = \frac{cx+1}{dx+1}$ 에 대하여 $(f \circ f \circ f)(x) = x$ 을 만족하는 실수 x 가 무한히 많이 있다. 이때 d 의 최댓값을 구하시오. (단, c, d 는 실수이다.) [10점]

[문제 2-2] $0 < x < 1$ 에서 정의된 함수 $g(x) = \int_1^x \sin(\ln t)dt$ 에 대하여, $g(x)$ 가 극값을 가지는 점들의 집합을 A 라고 하자. A 의 원소들을 큰 순서대로 모두 나열한 수열을 $\{a_n\}$ 이라고 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \left(g(a_n) - \frac{1}{2} \right)$ 의 값을 구하시오. [15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 직선 $y = mx + n$ ($m \neq 0$)이 양의 방향의 x 축과 이루는 각의 크기를 θ 라고 하면 $\tan \theta = m$ 이다.

- 두 직선 $y = m_1x + n_1$, $y = m_2x + n_2$ 가 서로 수직이면 $m_1m_2 = -1$ 이다.

- 0 과 π 사이의 각 α 와 β 에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$(\text{단, } \alpha \neq \frac{\pi}{2}, \beta \neq \frac{\pi}{2}, \tan \alpha \tan \beta \neq -1)$$

- 함수 $f(x)$ 가 $x = c$ 에서 미분가능할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(c, f(c))$ 에서의 접선의 방정식은 $y - f(c) = f'(c)(x - c)$ 이다.

- 함수 $g(x)$ 가 구간 $[u, v]$ 에서 연속이고 $g(x) \geq 0$ 이면 정적분 $\int_u^v g(x)dx$ 는 곡선 $y = g(x)$ 와 두 직선 $x = u$, $x = v$ 및 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 나타낸다.

[문제 3-1] 포물선 $y = b - ax^2$ ($b > 2$)가 원 $x^2 + y^2 - 2y = 0$ 에 외접하도록 두 실수 a, b 를 정할 때, 이 포물선과 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 a 로 표현하고 그 넓이의 최솟값을 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 포물선 $y = 3 - x^2$ 위의 점 A 는, 점 A 에서 그은 접선 위의 한 점 B 와 점 $C(-\sqrt{3}, 0)$ 과 함께 정삼각형 ABC 를 이룬다. 두 점 A, B 의 쌍을 모두 찾아 좌표를 제시하시오. [15점]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (바)를 읽고 문제에 답하시오.

가

음식물을 먹은 후 소장에서 포도당이 흡수되어 혈당량이 증가하면 이자에서 분비되는 인슐린의 양이 늘어난다. 이러한 인슐린은 간에 작용하여 포도당을 글리코젠으로 합성한 후 간에 저장하고, 동시에 몸의 각 세포에서 포도당을 흡수하는 것을 촉진한다. 운동을 하거나 음식물을 먹은 지 오래되면 포도당이 소모되므로 혈당량이 떨어진다. 그러면 이자에서 글루카곤의 분비가 촉진되며 인슐린의 분비는 억제된다. 글루카곤은 간에 작용하여 간에 저장되어 있던 글리코젠이 포도당으로 분해되는 것을 촉진한다.

나

간뇌는 시상과 그 아래쪽에 있는 시상 하부의 두 부분으로 되어 있다. 시상은 척수나 연수 등에서 오는 자극을 대뇌의 각 부분으로 선별하여 보내는 중개소라고 할 수 있다. 그리고 시상 하부는 자율 신경의 조절 중추로 체온 조절, 혈당량 조절, 삼투압 조절을 통해 항상성 유지에 중요한 역할을 한다.

다

근육 수축의 원리는 활주 필라멘트 모형으로 설명된다. 근육이 수축하는 동안 가는 필라멘트와 굵은 필라멘트가 서로 겹치면서 미끄러져 들어간다. 필라멘트의 활주는 가는 필라멘트를 만드는 액틴과 굵은 필라멘트를 만드는 마이오신 분자 사이의 상호 작용에 의해 일어난다. 마이오신은 ATP와 결합하면서 액틴에서 분리된다. 이어서 ATP가 ADP와 무기 인산(Pi)으로 분해되고 근육을 수축할 수 있는 상태가 된다. 근육 섬유가 반복적인 수축을 하기 위해서는 ATP가 필요한데, 이 ATP는 크레아틴 인산과 글리코젠으로부터 공급받는다. 크레아틴 인산은 ADP에 인산기를 직접 제공하여 ATP를 빠르게 생성하지만, 그 생성을 지속하는 시간은 15초 정도이다. 그 이후에는 글리코젠이 분해되어 만들어진 포도당으로부터 ATP가 공급된다.

라

모든 생명체는 화학 반응을 통하여 주위에서 받아들인 물질을 합성하거나 분해하면서 생명 활동에 필요한 물질과 에너지를 얻는다. 생명체 내에서 일어나는 이러한 물질의 변환 과정을 물질대사라고 하며, 물질대사는 크게 동화 작용과 이화 작용으로 나눌 수 있다. 동화 작용은 작은 분자들을 붙여 큰 분자를 합성하는 반응으로 광합성이 대표적인 예이며, 이화 작용은 동화 작용과 반대로 큰 분자를 작은 분자로 분해하는 반응으로 세포 호흡이 대표적인 예이다.

마

세포는 생명 활동이 일어나는 생명체의 기능적 단위이다. 모든 생명체는 크게 핵막이 있는 진핵 세포와 핵막이 없는 원핵 세포로 나눌 수 있다. 원핵 세포는 히스톤 단백질이 결합하지 않은 하나의 원형 염색체를 갖고, 진핵 세포는 히스톤 단백질이 결합한 다수의 선형 염색체를 갖는다. 세포 안팎의 환경은 서로 큰 차이가 있는데, 세포는 이러한 차이가 지속되도록 세포막을 경계로 하여 세포 내부의 항상성을 유지한다. 식물 세포는 동물 세포와 달리 세포막의 바깥쪽에 세포벽을 형성하는데, 세포벽은 세포막보다 두껍고 단단하여 세포를 보호하고 세포의 형태를 유지한다. 적혈구와 같은 동물 세포를 저장액에 넣으면 적혈구 속으로 물이 들어와 결국 세포막이 터지는 용혈이 일어난다. 반면 식물 세포는 단단한 세포벽이 있기 때문에 저장액 속에서 일정 부피가 되면 더 커지지 않고 용혈이 일어나지 않는다.

바

중합 효소 연쇄 반응(PCR)은 DNA의 특정 부분을 증폭시키는 분자 생물학적 기술로, 어떤 생물의 유전체나 미량인 DNA에서 특정 DNA 단편만을 선택적으로 증폭시킬 때 쓰인다. PCR를 진행하기 위해서는 증폭하고자 하는 DNA, 프라이머, dNTP, 완충 용액, Taq DNA 중합 효소가 필요하다. PCR는 DNA 변성, 프라이머 결합, DNA 합성의 3단계로 이루어지며, 이 과정을 계속 반복하면 원하는 DNA 단편이 증폭된다.

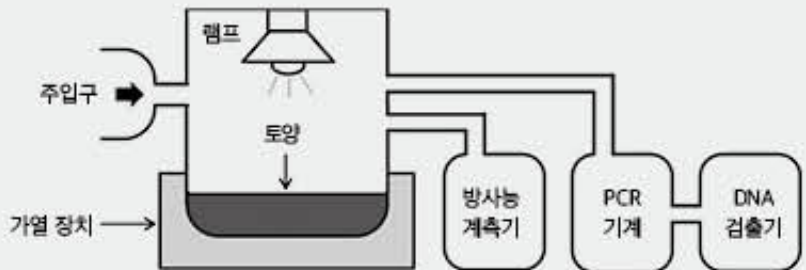
[문제 4-1] 종아리 근육 기능에 이상이 있는 환자 A와 B가 발병 원인을 찾기 위해 다음 검사를 받았다. 근육 활성과 관련된 조절 인자의 양을 1시간 동안 낮은 강도의 유산소 운동을 시행하기 전과 후에 각각 측정하고, 이를 정상인의 결과와 비교한 값을 아래 표에 정리하였다. 단, 조절 인자의 양은 상댓값으로 나타내었다.

	혈중 인슐린 농도		혈중 글루카곤 농도		근육 내 ATP 생산량		근육 내 ATP 소비량	
	운동 전	운동 후	운동 전	운동 후	운동 전	운동 후	운동 전	운동 후
정상인	1	0.1	1	10	1	40	1	20
환자 A	1	0.5	1	3	1	25	1	11
환자 B	1	0.1	1	10	1	40	1	7

제시문 (가), (나), (다)에 근거하여 환자 A와 B의 발병 원인을 각각 논리적으로 설명하시오. [10점]

[문제 4-2] A, B, C 지역의 토양에 살고 있는 생명체의 종류를 알아보기 위해 각 지역에서 토양을 채취하여 다음 실험 장치에 넣고 아래와 같은 실험을 하였다.

실험 장치



실험 과정

- [실험 1]** 주입구에 ^{14}C 방사성 동위원소로 표지된 유기 영양물질을 넣고, 3일 후에 방사성 기체 $^{14}\text{CO}_2$ 의 생성량을 방사능 계측기로 측정하였다.
- [실험 2]** 주입구에 충분한 양의 순수한 물을 넣은 후, 3시간 뒤 물을 완전히 제거하고 실험 1의 과정을 수행하였다.
- [실험 3]** 주입구에 방사성 기체 $^{14}\text{CO}_2$ 를 넣고 빛을 3일 동안 비추었다. 이후 실험 장치 속에 남아있는 기체를 완전히 제거하고, 토양을 가열하여 방사성 동위원소가 포함된 기체의 생성량을 방사능 계측기로 측정하였다.
- [실험 4]** 각 지역의 토양에 살고 있는 생명체로부터 DNA를 추출하고, 세포 증식에 관여하는 유전자에 대한 프라이머를 이용하여 PCR를 수행한 후, 증폭된 DNA량을 검출기를 통해 측정하였다.
- [실험 5]** 실험 4와 같이 DNA를 추출하고 PCR를 수행하기 전 단백질 분해 효소를 DNA에 처리한 후, 세포 증식에 관여하는 유전자에 대한 프라이머를 이용하여 PCR를 수행하고, 증폭된 DNA량을 검출기를 통해 측정하였다.

실험 결과

실험 1~5를 각각 수행하고 그 결과를 아래 표에 정리하였다. (단위는 생략하였다.)

	지역 A	지역 B	지역 C
실험 1	0	35	60
실험 2	0	30	0
실험 3	90	0	0
실험 4	0	250	0
실험 5	150	250	170

위의 실험 결과를 바탕으로 각 지역 A, B, C의 토양에 살고 있는 생명체의 종류를 제시문 (라), (마), (바)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. (단, 각 지역에 살고 있는 생명체는 동물류, 식물류, 세균류 중 하나이다.) [20점]

물리

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

가

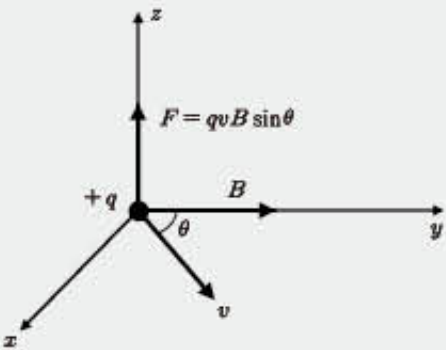
전기장이 형성된 공간에 놓여 있는 전하 $+q$ 가 받는 전기력이 F 이면, 전기장의 세기는 $E = \frac{F}{q}$ 이다.

다른 전하로 대전된 평행한 두 금속판 사이의 수직 거리가 d 이고 전위차가 V 일 때, 세기가 $E = \frac{V}{d}$ 인 전기장이 (+)로 대전된 금속판에서 (-)로 대전된 금속판 방향으로 균일하게 만들어진다.

이 전기장 내에 전하 $+q$ 가 있으면 $F = qE$ 의 전기력을 전기장의 방향과 같은 방향으로 받는다.

나

y 축 방향으로 자기장 B 가 걸려 있는 공간에서 점전하 $+q$ 가 xy 평면 위에서 y 축과 θ 의 각을 이루며 속도 v 로 운동을 하고 있을 때 점전하는 z 축 방향으로 자기력 $F = qvB \sin \theta$ 를 받는다.



다

물체의 질량이 같을 때는 힘의 크기가 클수록 가속도가 크고, 같은 크기의 힘이 작용할 때는 질량이 클수록 물체의 가속도가 작다. 운동하는 물체의 가속도(a)는 작용하는 힘(F)의 크기에 비례하고 질량(m)에 반비례한다. 이를 뉴턴 운동 제2법칙 또는 가속도 법칙이라고 한다.

$$a = \frac{F}{m}$$

물체의 가속도가 일정한 운동을 등가속도 운동이라 하는데, 이것은 속도가 일정하게 변하는 운동이다. 속도 변화는 가속도-시간 그래프를 이용하여 알 수 있다. 처음 시각을 0, 나중 시각을 t , 처음 속도를 v_0 , 나중 속도를 v 라 하면 이들 사이의 관계는 다음과 같다.

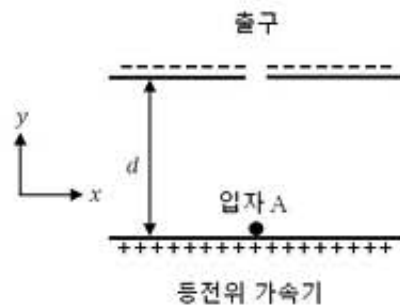
$$v = v_0 + at$$

또한 주어진 시간 동안에 움직인 변위는 속도-시간 그래프를 이용하여 알 수 있다.

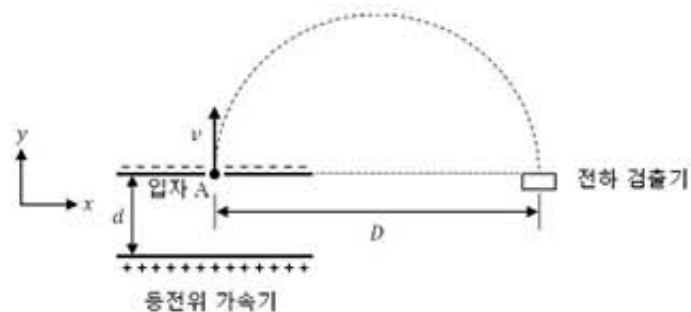
물체가 원운동을 할 때 원의 중심 방향으로 구심 가속도가 생긴다. 원운동하는 물체에서 구심 가속도를 생기게 하는 힘을 구심력이라고 한다. 뉴턴 운동 제2법칙에 따르면, 가속도는 물체에 가해지는 힘과 같은 방향으로 작용한다. 구심력의 방향은 구심 가속도의 방향과 같다. 물체의 속도를 v 라 하고 원의 반지름을 r 라 하면, 구심력의 크기 F 는 뉴턴 운동 제2법칙에 따라 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F = ma = m \frac{v^2}{r}$$

[문제 4-1] 다음 그림은 거리가 d 만큼 떨어져 있고 전위차가 V 인 평행한 두 금속판이 y 축에 수직한 방향으로 놓여 있는 등전위 가속기를 나타낸 것이다. 등전위 가속기에서는 (+)로 대전된 금속판에서 질량이 m 이고 전하가 $+q$ 인 입자 A가 정지 상태에서 움직이기 시작하여 (-)로 대전된 금속판의 출구로 나온다. 두 금속판 사이에 발생하는 전기장의 세기와 방향을 제시문 (가)에 근거하여 구하시오. 또한 입자 A가 등전위 가속기에서 움직이기 시작하여 출구로 나올 때까지 걸리는 시간과 출구에 도달하는 순간의 속도를 제시문 (가), (다)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 입자 A의 크기, 등전위 가속기의 출구의 크기, 지구 자기장, 중력은 무시한다.) [10점]



[문제 4-2] 다음 그림과 같이 질량이 m 이고 전하가 $+q$ 인 입자 A가 시각 0에 전기장의 세기가 E 인 등전위 가속기의 출구로 나와 속도 v 를 가지고 y 축 방향으로 움직이기 시작한다. 등전위 가속기의 외부에는 xy 평면에 수직이고 균일한 자기장 B 가 걸려 있다. 입자 A가 등전위 가속기의 출구로부터 x 축 방향으로 거리 D 만큼 떨어져 있는 전하 검출기에 도달할 때 자기장의 세기, 방향, 그리고 입자 A가 전하 검출기에 도달하는 순간의 시각 t 를 제시문 (나), (라)에 근거하여 구하시오. 한편, 등전위 가속기의 전기장의 세기가 $2E$ 일 때 등전위 가속기에 의해 가속된 입자 A를 검출할 수 있는 전하 검출기의 위치를 제시문 (가) - (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 전하 검출기는 등전위 가속기의 (-)로 대전된 금속판과 같은 평면 위에 있고 입자 A의 크기, 지구 자기장, 중력, 등전위 가속기의 출구의 크기, 전하 검출기의 크기는 무시한다.) [20점]



[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

가

화학 반응이 일어날 때 반응 물질과 생성 물질 사이의 관계를 나타낸 식을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식에서 각 물질의 계수비는 반응에 관여한 물질의 분자 수의 비와 몰수비, 부피비를 의미한다. 이때 몰과 입자 수, 몰과 질량, 몰과 기체의 부피 관계를 이용하면 반응물과 생성물의 몰수, 입자 수, 질량, 부피를 구할 수 있다. 화학 반응이 일어날 때에는 원자가 새로 생기거나 없어지지 않는다.

나

원자는 양성자, 중성자, 전자로 구성되어 있다. 중성 원자는 양성자 수와 전자 수가 항상 같지만, 양성자 수와 중성자 수는 항상 같지는 않다. 원자핵 속의 양성자 수를 그 원소의 원자 번호라고 한다. 전자의 질량은 양성자나 중성자의 질량에 비해 무시할 정도로 작으므로 양성자 수와 중성자 수를 합한 수로 원자의 질량을 나타내는데, 이것을 질량수라고 한다. 원자의 상대적 질량은 질량수가 12인 탄소 원자(^{12}C)의 질량을 12.00으로 정하고, 이 값과 비교한 다른 원자의 질량비로 나타낸다. 원자의 상대적 질량은 동위 원소의 존재비를 고려하여 평균값을 사용하는데, 이를 원자량이라고 한다. 여기서, 양성자 수는 같으나 중성자 수가 달라 질량수가 다른 원소들을 동위 원소라고 한다.

다

공간에서 전자가 존재하는 확률을 나타낸 함수를 궤도 함수 또는 오비탈이라고 한다. 오비탈은 전자의 준위를 나타내는 주양자수와 오비탈의 모양을 표시하는 s, p, d, f 등을 함께 사용하여 1s, 2s, 2p, ...로 나타낸다. 낮은 에너지를 갖는 오비탈부터 전자를 채워 나가는 원리를 쌓음 원리라고 한다. 다전자 원자에서 전자는 다음과 같이 에너지 준위가 낮은 오비탈에서 에너지 준위가 높아지는 순서로 채워진다.

$$1s < 2s < 2p < 3s < 3p < 4s < 3d < 4p < \dots$$

라

18족 원소 이외의 대부분의 원자들은 전자를 잃거나 얻어서 최외각 전자 껍질에 8개의 전자를 채워 안정한 전자 배치를 가지려고 하는데, 이러한 경향을 옥텟 규칙이라고 한다. 비금속 원자들은 전자를 공유함으로써 옥텟 규칙을 만족시키는데, 2개 이상의 원자들이 전자쌍을 공유하면서 형성되는 화학 결합을 공유 결합이라고 한다. 이때 각 원자에 포함된 원자가 전자 중에서 두 원자가 공유하는 전자쌍을 공유 전자쌍, 결합에 참여하지 않는 전자쌍을 비공유 전자쌍이라고 한다. 공유 결합을 형성하는 원자들은 중심 원자와 180° , 120° , 109.5° 등 일정한 결합각을 이룬다. 공유 결합 분자에서 중심 원자를 둘러싸고 있는 전자쌍들은 서로 같은 전하를 띠고 있으므로, 반발력이 최소가 되기 위해서 최대한 멀리 떨어져 있으려고 한다. 이를 전자쌍 반발 이론이라고 한다. 특히, 공유 결합 분자에서 비공유 전자쌍 사이의 반발력이 공유 전자쌍 사이의 반발력보다 더 크게 나타난다.

마

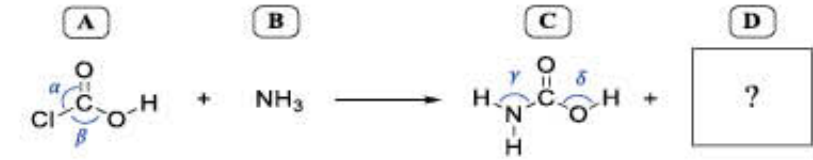
기체의 성질에 관한 보일 법칙, 샤를 법칙, 아보가드로 법칙을 종합하면 기체의 압력(P), 부피(V), 절대 온도(T), 몰수(n)에 대해 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있으며, 이 식을 이상 기체 상태 방정식이라고 한다.

$$PV = nRT \quad (R \text{는 기체 상수})$$

한편, 일정한 온도와 압력에서 기체 분자의 분출 속도는 기체 분자량의 제곱근에 반비례하는데 이를 그레이엄 법칙이라고 하며, 두 기체의 분출 속도(v_1 , v_2)와 분자량(M_1 , M_2) 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$$

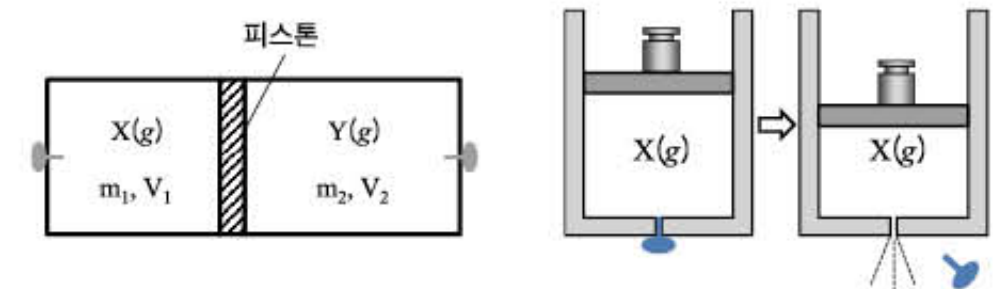
[문제 4-1] 다음은 물질 A와 B가 반응하는 임의의 화학 반응식을 나타낸 것이다.



반응 초기에 같은 몰수의 물질 A와 B가 존재하고, 위의 반응을 통해 A와 B가 모두 반응하여 물질 C와 D가 생성된다고 가정한다. A의 양이 32.2g이었다면, 반응을 통해 생성되는 D의 양을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 구하시오. 또한 제시문 (라)에 근거하여 물질 A, B, C, D에 존재하는 비공유 전자쌍 개수의 비를 제시하고, 결합각 $\alpha(\angle \text{OCCl})$, $\beta(\angle \text{ClCO})$, $\gamma(\angle \text{HNC})$, $\delta(\angle \text{COH})$ 의 크기를 큰 것부터 순서대로 나열하시오. (단, 탄소(C), 수소(H), 질소(N), 산소(O)의 원자량은 각각 12, 1, 14, 16이고, 자연계에서 염소(Cl)는 두 동위 원소 ^{35}Cl 와 ^{37}Cl 가 3:1의 비로 존재한다.) [15점]

[문제 4-2]

다음과 같이, 움직이는 피스톤이 장착된 실린더 안에 두 종류의 기체 X(g)와 기체 Y(g)를 피스톤을 사이에 두고 넣었을 때, 피스톤의 위치가 두 기체의 부피가 V_1 , V_2 가 되는 지점에서 멈추었다. 제시문 (나), (다), (마)에 근거하여 아래의 조건을 만족시키는 X와 Y의 분자량을 논리적으로 구하시오. 또한 X를 아래의 오른쪽 그림과 같은 실린더에 옮겨 담고 실린더의 콕을 열었을 때 X가 진공 상태인 밖으로 다 빠져나오는데 걸리는 시간이 10초라면, Y를 동일한 실린더에 옮겨 담은 후 실린더의 콕을 열었을 때 Y가 진공 상태인 밖으로 다 빠져나오는데 걸리는 시간을 구하시오. (단, 온도는 일정하며, 피스톤의 마찰은 무시한다.) [15점]



- 기체 X를 구성하는 원소는 6개의 p오비탈에 전자가 다 채워져 있고, d 오비탈에는 전자가 하나도 채워져 있지 않은 바닥상태의 전자 배치를 가진다.
- 기체 X를 구성하는 원소에서 중성자의 질량은 전체 질량의 55%를 차지한다.
- 기체 X와 Y의 질량비는 $m_1:m_2=2:1$ 이고, 부피비는 $V_1:V_2=4:50$ 이다.

2020 모의논술 자연계열 제시문 출전 및 출제 의도

수학

1. 출전 및 출제 의도

제시문 출전

- [문제 1]** 확률과 통계 II-2-1 조건부확률의 뜻 (㈜금성출판사, 정상권 외 7인, 2016; pp.95-101)
 확률과 통계 II-2-1 조건부확률 (천재교과서, 류희찬 외 17인, 2016; pp.100-103)
 확률과 통계 II-2-1 조건부확률 (㈜교학사, 김창동 외 14인, 2016; pp. 93-97)
 확률과 통계 III-1-2 이산확률변수의 기댓값과 표준편차 (㈜금성출판사, 정상권 외 7인, 2017; pp.126-133)
 확률과 통계 III-1-2 이산확률변수의 기댓값과 표준편차 (천재교과서, 류희찬 외 17인, 2016; pp.125-130)
 확률과 통계 III-1-1 이산확률변수와 확률분포 (㈜교학사, 김창동 외 14인, 2016; pp.115-124)

- [문제 2]** 제시문 1: 수학 II - 합성함수 (p.79, (주)금성출판사, 정상권 외)
 수학 II - 합성함수 (p.76, 미래엔, 이강섭 외)
 수학 II - 합성함수 (p.79, 천재교과서, 류희찬 외)
 수학 II - 합성함수 (p.84, 동아출판, 우정호 외)
 제시문 2: 수학 II - 로그의 뜻과 성질 (p.219, 동아출판, 우정호 외)
 수학 II - 로그의 뜻과 성질 (p.192, 천재교육, 이준열 외)
 수학 II - 로그의 뜻과 성질 (p.189, 지학사, 신항균 외)
 수학 II - 로그의 뜻과 성질 (p.203, 경기도교육청, 조도연 외)
 제시문 3: 미적분 II - 치환적분법과 부분적분법 (p.171, (주)금성출판사, 정상권 외)
 미적분 II - 치환적분법과 부분적분법 (p.183, 천재교육, 이준열 외)
 미적분 II - 치환적분법과 부분적분법 (p.162, 미래엔, 이강섭 외)
 미적분 II - 치환적분법과 부분적분법 (p.192, 비상교육, 김원경 외)

- [문제 3]** 제시문 1: 미적분 II, 삼각함수의 덧셈정리 (동아출판 p99)
 미적분 II, 삼각함수의 덧셈정리 (교학사 p87)
 미적분 II, 삼각함수의 덧셈정리 (비상교육 p79)
 미적분 II, 삼각함수의 덧셈정리 (천재교육 p104)

- 제시문 2: 수학, 두 직선의 위치 관계 (좋은책 신사고 p136)
 수학, 두 직선의 평행과 수직 (금성출판사 p153)
 수학, 두 직선의 평행과 수직 (지학사 p154)
 수학, 두 직선의 평행과 수직 (천재교과서 p160)
 제시문 3: 미적분 II, 삼각함수의 덧셈정리 (동아출판 p98)
 미적분 II, 삼각함수의 덧셈정리 (교학사 p86)
 미적분 II, 삼각함수의 덧셈정리 (비상교육 p77)
 미적분 II, 삼각함수의 덧셈정리 (천재교육 p95)
 제시문 4: 미적분 I, 접선의 방정식 (동아출판 p132)
 미적분 II, 접선의 방정식 (동아출판 p150)
 미적분 I, 접선의 방정식 (교학사 p110)
 미적분 II, 접선의 방정식 (교학사 p130)
 제시문 5: 미적분 I, 정적분 (동아출판 p198)
 미적분 I, 정적분의 성질 (교학사 p165)
 미적분 I, 정적분 (지학사 p154-155)
 미적분 I, 구분구적법과 정적분 (금성출판사 p166-170)

출제 의도

- [문제 1]** 다양한 상황에서 발생하는 확률적 사건과 이와 관련된 확률 및 기댓값의 개념은 논리적 사고 및 의사결정에서 중요한 부분이다. 본 문제는 2단계로 구성된 게임에서 발생하는 경우의 수와 그에 따른 각기 다른 확률 구조에 대한 이해도를 평가하고, 각 상황에서 의 최종 점수의 기댓값의 계산이 정확하게 이루어지는지를 평가한다. 본 문제는 조건부확률과 이산확률변수의 기댓값에 대한 개념의 이해도를 평가하며 난이도는 중하 정도로 볼 수 있다.

- [문제 2-1]** 수학 II에서 다루어지는 합성함수의 의미를 이해하고 이것을 계산할 수 있는지와 수학 I에서 배우는 항등식의 의미를 알고 이를 구체적 상황에 적용할 수 있는지 평가하는 문제이다. 연립방정식을 풀어 a와 b의 관계를 유도하고, 이차함수의 최대 최소를 통해 최대가 되는 b를 찾을 수 있는지를 평가한다.

- [문제 2-2]** 미적분 II에서 다루어지는 치환적분법, 부분적분법을 통해 적분을 계산할 수 있는지, 그리고 적분으로 주어져 있는 함수가 언제 극값을 갖는지 찾을 수 있는지, 그리고 그 함수값들의 합을 등비급수의 합을 이용해 계산할 수 있는지 평가하는 문제이다. 그 과정에서 사인함수, 코사인함수, 로그함수의 성질을 이해하고 있는지도 평가한다.

- [문제 3-1]** 이차곡선의 가장 기본적인 형태인 원과 포물선의 정의를 알고 해석기하학적인 방식으로 접근할 수 있으며, 도형의 넓이를 정적분의 개념을 활용하여 나타낼 수 있으며, 미분의 개념을 활용하여 함수의 극값 또는 최댓값, 최솟값을 구할 수 있는지 측정하고자 하였다.

- [문제 3-2]** 탄젠트와 미분계수의 기하학적 의미가 접선의 기울기임을 알고, 탄젠트함수의 성질을 사용하여 두 직선 사이의 각을 구할 수 있으며, 두 직선이 직교하는 조건을 기울기를 통하여 이해하고 있는지 측정하고자 하였다.

2. 예시 답안 및 채점 기준

[문제 1] 예시 답안

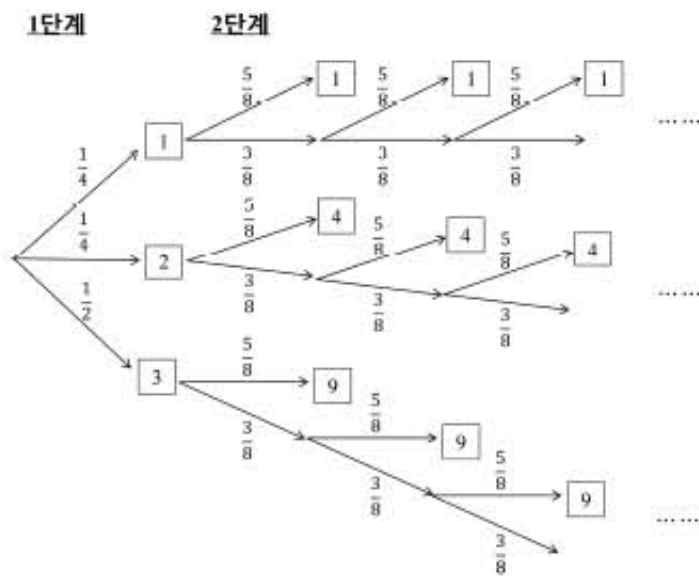
- 동전의 앞면이 나오는 경우를 H, 뒷면이 나오는 경우를 T라고 하면 1단계에서 발생하는 사건의 확률은 다음과 같다.

둘 다 앞면이 나오는 경우: $P(HH) = \frac{1}{4}$

둘 다 뒷면이 나오는 경우: $P(TT) = \frac{1}{4}$

그렇지 않은 경우: $1 - P(HH) - P(TT) = \frac{1}{2}$
- 동전 네 개를 동시에 던져서 앞면과 뒷면의 개수가 같을 확률은 ${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3}{8}$ 이고,

개수가 다를 확률은 $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ 이다.
- 1, 2단계를 바탕으로 최종 점수를 얻을 수 있는 경우와 그에 따르는 확률은 다음의 그림과 같이 나타낼 수 있다.



- 위의 그림을 바탕으로 영화가 얻을 수 있는 최종 점수의 기댓값은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}
 &1^2\left(\frac{1}{4}\frac{5}{8} + \frac{1}{4}\frac{5}{8}\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\frac{5}{8}\left(\frac{3}{8}\right)^2 + \frac{1}{4}\frac{5}{8}\left(\frac{3}{8}\right)^3 + \dots\right) + 2^2\left(\frac{1}{4}\frac{5}{8} + \frac{1}{4}\frac{5}{8}\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\frac{5}{8}\left(\frac{3}{8}\right)^2 + \frac{1}{4}\frac{5}{8}\left(\frac{3}{8}\right)^3 + \dots\right) \\
 &+ 3^2\left(\frac{1}{2}\frac{5}{8} + \frac{1}{2}\frac{5}{8}\frac{3}{8} + \frac{1}{2}\frac{5}{8}\left(\frac{3}{8}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{5}{8}\left(\frac{3}{8}\right)^3 + \dots\right) \\
 &= \frac{1}{4} + 1 + \frac{9}{2} = \frac{23}{4} \quad \text{또는 } 5.8
 \end{aligned}$$

[문제 1] 채점 기준

- 1단계에서 사건의 발생 확률을 올바르게 계산한 경우: +2점
- 2단계에서 사건의 발생 확률을 올바르게 계산한 경우: +2점
- 2단계 게임의 규칙을 제대로 이해하고 최종 점수를 얻을 수 있는 경우와 그에 따르는 확률을 올바르게 계산한 경우: +8점
- 최종 점수의 기댓값을 올바르게 계산한 경우: +8점

[문제 2-1] 예시답안

합성함수의 정의를 적용하여

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = \frac{c\left(\frac{cx+1}{dx+1}\right)+1}{d\left(\frac{cx+1}{dx+1}\right)+1} = \frac{(c^2+d)x+(c+1)}{d(c+1)x+(d+1)} \text{ 이 됨을 알 수 있고}$$

이로부터

$$(f \circ f \circ f)(x) = (f \circ f)(f(x)) = \frac{(c^3+2cd+d)x+(c^2+c+d+1)}{d(c^2+c+d+1)x+(cd+2d+1)} \text{ 를 얻는다.}$$

$(f \circ f \circ f)(x) = x$ 가 무한히 많은 실수 x 에 대하여 성립하므로

$$d(c^2+c+d+1)x^2+(cd+2d+1)x=(c^3+2cd+d)x+(c^2+c+d+1)가$$

항등식이라는 것을 알 수 있고, 따라서 $d(c^2+c+d+1)=0$, $cd+2d+1=c^3+2cd+d$,

$c^2+c+d+1=0$ 를 얻는다. 이를 정리하면 $d=-c^2-c-1$ 의 조건을 얻고,

이를 대입하면 다른 조건들도 만족됨을 알 수 있다. 따라서 $d=-c^2-c-1=-\left(c+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{4}$ 로부터,

가능한 d 의 최댓값은 $c=-\frac{1}{2}$ 일 때 $-\frac{3}{4}$ 이다.

[문제 2-1] 채점기준

- 합성함수의 정의를 이용하여,

$$(f \circ f \circ f)(x) = (f \circ f)(f(x)) = \frac{(c^3+2cd+d)x+(c^2+c+d+1)}{d(c^2+c+d+1)x+(cd+2d+1)}$$

를 얻으면 +4점

- 항등식의 성질을 이용하고 연립방정식을 풀어 조건 $d=-c^2-c-1$ 를 얻으면 +4점
- d 의 최댓값 $-\frac{3}{4}$ 을 얻으면 +2점

[문제 2-2] 예시답안

$s = \ln t$ 로 치환하면 $g(x) = \int_1^x \sin(\ln t)dt = \int_0^{\ln x} \sin s \cdot e^s ds$ 가 되고, 부분적분법을 이용하면

$$\int_0^{\ln x} e^s \sin s ds = [-e^s \cos s]_0^{\ln x} - \int_0^{\ln x} (-e^s \cos s)ds = [-e^s \cos s]_0^{\ln x} + \int_0^{\ln x} e^s \cos s ds$$

가 되며, 부분적분법을 한 번 더 이용하면

$$\int_0^{\ln x} e^s \sin s ds = [-e^s \cos s]_0^{\ln x} + [e^s \sin s]_0^{\ln x} - \int_0^{\ln x} e^s \sin s ds가 되며$$

$$\int_0^{\ln x} e^s \sin s ds = \frac{1}{2}[e^s \sin s - e^s \cos s]_0^{\ln x} = \frac{x}{2}(\sin(\ln x) - \cos(\ln x)) + \frac{1}{2} \text{임을 알 수 있다.}$$

한편, $g(x)$ 가 극값을 가지는 점들은 $g'(x) = \sin(\ln x) = 0$ 인 점들이므로 $\ln x = n\pi$ (단, n 는 정수)이고,

문제의 조건 $0 < x < 1$ 으로부터 $g(x)$ 는 $x = e^{-n\pi}$ (단, n 는 자연수)에서 극값을 가짐을 알 수 있다.

이때, $g(e^{-n\pi}) = \frac{e^{-n\pi}}{2}(\sin(-n\pi) - \cos(-n\pi)) + \frac{1}{2} = -\frac{e^{-n\pi}}{2} \cdot (-1)^n + \frac{1}{2}$ 이므로,

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(g(a_n) - \frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-e^{-\pi})^n = -\frac{1}{2} \frac{-e^{-\pi}}{1+e^{-\pi}} = \frac{1}{2(e^{\pi}+1)} \text{이다.}$$

[문제 2-2] 채점기준

- 부분적분법을 두 번 이용하여,

$$\int_1^x \sin(\ln t) dt = \frac{x}{2}(\sin(\ln x) - \cos(\ln x)) + \frac{1}{2} \text{을 얻으면 +6점}$$

- $g(x)$ 가 $x = e^{-n\pi}$ (단, n 는 자연수)에서 극값을 가짐을 보이면 +4점

- 등비급수의 합을 이용해 $\sum_{k=1}^{\infty} \left(g(a_n) - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2(e^{\pi}+1)}$ 을 얻으면 +5점

[문제 3-1] 예시답안

두 식 $y = b - ax^2$ 와 $x^2 + y^2 - 2y = 0$ 을 연립하여 y 에 관한 이차방정식 $y^2 - \left(a + \frac{1}{2}\right)y + \frac{b}{a} = 0$ 을

얻는다. 포물선이 원에 외접하므로 이 이차방정식은 중근을 갖는다. 따라서 $D = \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{b}{a} = 0$ 에서

$$b = \frac{a}{4} \left(2 + \frac{1}{a}\right)^2 = a + \frac{1}{4a} + 1 \text{을 얻는다.}$$

$b = a + \frac{1}{4a} + 1 > 2$ 이므로 $a > 0$ 이다. 포물선과 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 $h(a)$ 라 하면,

$$h(a) = \int_{-\sqrt{\frac{b}{a}}}^{\sqrt{\frac{b}{a}}} (b - ax^2) dx = 2 \int_0^{\sqrt{\frac{b}{a}}} (b - ax^2) dx = \frac{4b}{3} \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{a}{6} \left(2 + \frac{1}{a}\right)^3$$

이다. $a > 0$ 이어서 $h'(a) = \frac{1}{3} \left(2 + \frac{1}{a}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{a}\right) = 0$ 에서 $a = 1$ 을 얻는다. $h(1) = \frac{9}{2}$ 이므로

넓이의 최솟값은 $\frac{9}{2}$ 이다.

[문제 3-1] 채점기준

- 포물선과 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 a 로 표현하면 +5점

- 포물선과 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이의 최솟값을 구하면 +5점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2] 예시답안

두 직선 AC, AB가 x 축의 양의 방향과 이루는 각을 각각 α, β 라 하자. 이 두 직선의 교점을 지나고 x 축과 평행한 직선

이, 두 직선 AC, AB가 이루는 둔각 또는 예각을 통과함에 따라 $|\alpha - \beta| = 60^\circ$ 또는 $|\alpha - \beta| = 120^\circ$ 이다. 점 A를 $(a, 3 - a^2)$ 으로 놓으면 두 직선 AC, AB의 기울기는 각각 $\tan \alpha = \frac{(3 - a^2) - 0}{a - (-\sqrt{3})} = \sqrt{3} - a$, $\tan \beta = -2a$ 이므로

$$\pm \sqrt{3} = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{(\sqrt{3} - a) - (-2a)}{1 + (\sqrt{3} - a)(-2a)} \text{에서 } a = 0 \text{ 또는 } a = \frac{7\sqrt{3}}{6} \text{을 얻는다.}$$

$a = 0$ 이면 $A = (0, 3)$, $B = (-2\sqrt{3}, 3)$ 이다. $a = \frac{7\sqrt{3}}{6}$ 이면 $A = \left(\frac{7\sqrt{3}}{6}, -\frac{13}{12}\right)$ 이고

직선 AB의 방정식은 $y = -2a(x - a) + 3 - a^2 = -\frac{7\sqrt{3}}{3}x + \frac{85}{12}$ 이다.

선분 AC의 중점을 D라 하면

$D = \left(\frac{\sqrt{3}}{12}, -\frac{13}{24}\right)$ 이다. 점 B를 $\left(b, -\frac{7\sqrt{3}}{3}b + \frac{85}{12}\right)$ 라 하면 직선 AC의 기울기는 $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ 이고

직선 BD는 직선 AC와 수직이므로

$$\frac{\left(-\frac{7\sqrt{3}}{3}b + \frac{85}{12}\right) - \left(-\frac{13}{24}\right)}{b - \frac{\sqrt{3}}{12}} = \frac{6}{\sqrt{3}}$$

에서 $b = \frac{5\sqrt{3}}{8}$ 을 얻는다. 따라서 점 B는 $\left(\frac{5\sqrt{3}}{8}, \frac{65}{24}\right)$ 이다.

[문제 3-2] 채점기준

- 점 A가 포물선의 꼭짓점일 때, $A = (0, 3)$, $B = (-2\sqrt{3}, 3)$ 임을 제시하면 +5점

- 점 A가 포물선의 꼭짓점이 아닐 때, $A = \left(\frac{7\sqrt{3}}{6}, -\frac{13}{12}\right)$ 임을 제시하면 +5점

- 점 A가 포물선의 꼭짓점이 아닐 때, $B = \left(\frac{5\sqrt{3}}{8}, \frac{65}{24}\right)$ 임을 제시하면 +5점

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

[문제 4]	제시문 (가): 생명과학, 호르몬과 항상성 (교학사, p168-169) 생명과학, 항상성 유지 (상상아카데미, p156) 생명과학, 항상성 유지 (천재교육, p149) 생명과학, 항상성의 조절 원리 (비상교육, p167-168)
제시문 (나):	생명과학, 신경계의 구조와 기능 (교학사, p149-150) 생명과학, 중추 신경계 (상상아카데미, p137) 생명과학, 신경계 (천재교육, p134) 생명과학, 중추 신경계 (비상교육, p156)
제시문 (다):	생명과학, 근육 수축 (교학사, p163) 생명과학, 근수축 운동의 원리 (천재교육, p142-143) 생명과학, 근수축 운동 (비상교육, p148-150)
제시문 (라):	생명과학, 생명 현상의 특성 (천재교육, p13-17) 생명과학, 세포의 생명 활동 (천재교육, p101-104) 생명과학, 생명 현상의 특성 (교학사, p12-15) 생명과학, 세포의 생명 활동 (교학사, p108-112) 생명과학, 생명 현상의 특성 (비상교육, p20-24) 생명과학, 세포의 생명 활동 (비상교육, p118-120) 생명과학, 생명 현상의 특성 (상상아카데미, p28-33) 생명과학, 세포의 생명 활동과 에너지 (상상아카데미, p112-120)
제시문 (마):	생명과학, 생물체의 구성 체계 (천재교육, p18-27) 생명과학, 생물체의 구성 체계 (교학사, p16-21) 생명과학, 생물의 구성 (비상교육, p26-36) 생명과학, 생물체의 구성 체계 (상상아카데미, p28-33) 생명과학, 세포의 특성 (교학사, p12-46) 생명과학, 세포의 특성 (비상교육, p12-48) 생명과학, 세포의 특성 (상상아카데미, p12-44)
제시문 (바):	생명과학, 세포의 특성 (교학사, p169-170) 생명과학, 세포의 특성 (비상교육, p182-184) 생명과학, 세포의 특성 (상상아카데미, p148-150)

출제 의도

[문제 4-1] 모든 의식적인 몸의 움직임은 골격근의 수축, 이완작용과 이를 가능하게 하는 생체 에너지(ATP)의 원활한 공급이 필수적이다. 효과적인 에너지 생성은 인슐린과 글루카곤의 길항작용에 의한 효과적인 혈중 포도당 농도의 조절이 필수적이며, 이에 대한 문제가

발생할 경우 대사성 질환, 근무기력증 등의 심각한 질환이 발생한다. [문제 4-1]은 근육에 문제가 있는 환자 A와 B가 그 원인을 알아보기 위해서 몇 가지 검사를 한 후 이 결과를 주어진 정보(제시문)를 통해서 해석하고, 원인을 추론하는 문제로서, 학생들의 데이터 해석력, 논리적 사고력, 추론 능력을 측정하고자 하였다.

환자 A는 정상인과 비교했을 때 운동 전후에 인슐린과 글루카곤의 혈중 농도 조절에 문제가 있다. 제시문 (가)에서 글루카곤은 글리코젠을 분해해서 포도당을 생성하는 호르몬이라는 것을 알 수 있으므로, 글루카곤의 분비에 문제가 있는 환자 A는 운동하는 동안 포도당 생성에 문제가 발생하여 결과적으로 근육에서 ATP 생산량이 줄어들어 있음을 알 수 있다. 제시문 (나)에서 혈당량 조절은 시상하부가 조절 중추라는 것을 알 수 있으므로, 결과적으로 환자 A는 시상하부의 기능에 문제가 있는 사람이라는 것을 유추할 수 있다.

환자 B는 혈중 인슐린과 글루카곤의 농도 및 근육 내 ATP 생산량은 정상인과 같지만, 운동 후 근육 내 ATP 소비량이 정상인보다 약 3배 정도 낮다는 것을 알 수 있다. 제시문 (다)를 통해 근수축 과정에서 ATP 분해(소비)는 ATP가 마이오신에 결합한 후 액틴에서 떨어져 나오면서 일어난다. 그러므로 환자 B는 마이오신의 변형되어서 ATP가 결합을 못 하거나, 또는 마이오신에서 ATP의 분해가 안 일어나서 근육 기능에 문제가 있다는 것을 유추할 수 있다.

[문제 4-2] 생명체는 다양한 환경에 적응하며 지구상에서 살아간다. 지구상의 모든 생명체는 세포로 구성되어 있는데, 생명체가 살아가는 환경과 종류에 따라 서로 다른 세포의 구조와 특성을 가지고 있다. 생명체의 이화 작용을 확인할 수 있는 실험 1을 수행하고, 세포벽의 유무를 확인할 수 있는 실험 2를 추가하여 세균류와 동물류를 구별해 낼 수 있다. 동화 작용을 확인할 수 있는 실험 3을 이해하여 식물류의 생명체를 구별해 낼 수 있다. 제시문 (마), (바)에 근거하여 진핵 생물은 원핵 생물과 달리 유전물질인 DNA가 히스톤 단백질에 싸여져 있음을 알 수 있다. 이 특징을 이용하여 원핵 생물은 DNA를 추출하고 PCR을 수행했을 때, 세포 분열과 관련된 유전자가 증폭되었으나, 진핵 생물은 증폭되지 않았다. 이는 단백질 분해 효소를 처리하는 실험 5를 통해 확실히 검증할 수 있는데, DNA를 추출 후 단백질 분해효소와 반응시켜 히스톤 단백질을 분해하고 PCR을 수행했을 때, 진핵 생물에서도 세포 성장관련 유전자가 증폭된 것을 알 수 있다. 따라서 주어진 제시문과 실험 자료를 해석하여 각 A, B, C 지역의 토양에 살고 있는 생명체의 종류를 통합적으로 유추할 수 있다. [문제 4-2]는 주어진 실험 결과를 통합적으로 해석하여 각 생명체의 세포 구조와 특성을 유추하고, 이를 바탕으로 생명체의 종류를 제시문에 근거하여 논리적으로 설명할 수 있는지를 평가하는 문제로, 서로 다른 실험 결과를 종합적으로 해석하는 논리적 사고력을 측정하고자 하였다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] 예시답안

- 제시문 (가)에 의하면 운동을 하는 동안 근육 세포에서 ATP를 생성을 위해서는 글루카곤의 작용에 의해서 글리코겐 분해가 일어나서 근육 내로 원활한 포도당 공급이 있어야 한다. 환자 A는 정상인과 비교했을 때, 인슐린과 글루카곤의 혈중 농도가 운동 전후에 변하지 않고 있다. 즉 정상인과 비교했을 때 인슐린과 글루카곤의 분비 작용에 문제가 있을 수 있다. 이렇게 되는 여러 이유가 있겠지만, 제시문 (나)에 의하면 시상하부가 혈당량 조절을 담당하는 기관이므로, 환자 A는 시상하부 기능 이상에 의해서 운동 시 호르몬 조절 문제가 발생했다고 추론할 수 있다.
- 환자 B의 경우 혈중 인슐린과 글루카곤의 농도 및 근육 내 ATP 생성률도 정상인과 같으나 운동 후 근육 내 ATP 소비량이 정상인에 비해서 낮게 나타난다. 제시문 (다)에 의하면 근수축 과정에서 마이오신은 ATP와 결합한 후 액틴과 분리되고 ATP가 분해되면서 근수축을 일으킨다. 그러므로, 환자 B는 ATP가 마이오신에 결합한 후 분해되는 정도가 낮아서 근수축을 일으키지 못할 가능성이 있다.

[문제 4-1] 채점기준

1. 인슐린과 글루카곤의 분비에 문제가 있다는 표현이 있으면 +2점
2. 제시문 (나)를 인용해서 시상하부 기능 이상을 추론하면 +3점
3. 마이오신과 액틴의 결합에 문제가 발생할 가능성을 제시하면 +3점

4. 마이오신에 결합한 액틴이 분해가 안 될 수 있음을 추론하면 +2점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점10점 이내에서 ± 0.5점 추가 점수 부여 가능함

[문제 4-2] 예시답안

- 제시문 (라)에 의해 [실험 1]은 유기 영양물질을 이용해 세포 호흡을 하는 이화 작용임을 알 수 있다. 따라서 B와 C 지역에 살고 있는 생명체는 유기 영양물질을 이용해 세포 호흡을 할 수 있는 생명체임을 알 수 있다.
- 제시문 (마)에 의해 [실험 2]를 수행했을 때, 토양속의 생명체가 저장액에 노출되어 동물 세포는 용혈이 일어나 죽고, 세포벽이 있는 식물류나 세균류만 생존이 가능할 것임을 추론할 수 있다.
- 제시문 (라)에 의해 [실험 3]은 이산화탄소를 이용해 광합성을 하여 동화작용을 할 수 있는 생명체를 검출할 수 있는 실험으로 식물류의 생명체를 찾아낼 수 있음을 추론할 수 있다.
- 제시문 (마), (바)에 의해 [실험 4]와 [실험 5]는 토양의 생명체로부터 DNA를 추출하고, 세포증식에 관련된 유전자를 검출하는 PCR을 수행하는 실험이다. [실험 4]에서 유전물질인 DNA가 히스톤 단백질에 싸여있지 않은 원핵 생물은 Taq 중합 효소에 의해 PCR이 가능하나, 히스톤 단백질에 DNA가 싸여있는 진핵 생물은 DNA 합성이 불가능하다. 이는 [실험 5]에서 히스톤 단백질을 단백질 분해효소를 사용하여 제거 후 PCR을 수행했을 때 DNA가 합성된 것을 통해 알 수 있다.
- 따라서 A 지역에는 진핵 생물이며 광합성을 하는 식물류가 살고 있을 것이고, B 지역에는 이화 작용을 하며 세포벽을 가진 원핵 생물이 살고 있을 것이다. C 지역에는 광합성을 하지 않으며 이화 작용을 하고, 세포벽이 없는 진핵 생물인 동물류의 생명체가 살고 있을 것임을 알 수 있다.

[문제 4-2] 채점기준

1. 실험 1의 결과를 분석하여 B, C 지역의 생명체가 이화 작용을 할 수 있는 생명체임을 설명하면 +4점
2. 실험 2의 결과를 분석하여 B, C 지역의 생명체 중 B 지역의 생명체는 세포벽이 있음을 설명하면 +4점
3. 실험 3의 결과를 분석하여 A 지역에 동화 작용을 할 수 있는 생명체가 살고 있음을 설명하면 +4점
4. 실험 4와 실험 5의 결과를 분석하여, 원핵 생물은 DNA가 히스톤에 싸여있지 않아서 DNA 추출 후 PCR이 가능하지만 진핵 생물은 DNA가 히스톤에 싸여 있어서 단백질 분해 효소로 히스톤을 제거하고 PCR이 가능함을 설명하면 +4점
5. [실험 1]~[실험 5]를 모두 통합적으로 해석하여 A 지역에는 식물류가 살고 있고, B 지역에는 세균류가, C 지역에는 동물류의 생명체가 살고 있음을 설명하면 +4점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ± 0.5점 추가 점수 부여 가능함

물리

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

- [문제 4] 제시문 (가): 물리 I - 물질과 전자기장 (p.94, 천재교육, 광성일 외)
물리 I - 물질과 전자기장 (p.112, 교학사, 김영민 외)
물리 II - 전기와 자기 (p.108, 천재교육, 광성일 외)
물리 II - 전기와 자기 (p.127, 교학사, 김영민 외)

제시문 (나): 물리 II - 전기와 자기 (p.151, 천재교육, 광성일 외)

물리 II - 전기와 자기 (p.148, 교학사, 김영민 외)

제시문 (다): 물리 I - 시간, 공간, 운동 (p.31, p.35, 천재교육, 광성일 외)

물리 I - 시간, 공간, 운동 (p.35, p.45, 교학사, 김영민 외)

제시문 (라): 물리 II - 운동과 에너지 (p.34, 천재교육, 광성일 외)

물리 II - 운동과 에너지 (p.48, 교학사, 김영민 외)

출제 의도

[문제 4-1]

대전된 평행한 두 금속판의 전기장과 전기장에 의해 가속되는 전하의 운동을 분석하는 문제이다. 제시문 (가)에 따라서, 전기장은 전위차에 비례하고 금속판 사이의 거리에 반비례함을 알고 이를 전기장의 세기를 구하는데 적용한다. 또한 전기장의 방향은 두 금속판에 대전된 전하의 종류에 따라서 결정된다. 제시문 (가)와 (다)에 따라서, 전기장이 걸려 있는 공간에서 전하가 받는 힘을 결정할 수 있으며 뉴턴 운동 제2법칙에 따라서 가속도를 구할 수 있다. 가속도를 알고 변위를 알면 시간과 속도를 구할 수 있다. 본 문항 평가에서는 전기장, 전기력, 전위차, 뉴턴 운동 제2법칙을 이해하고 이를 바탕으로 균일한 전기장과 균일한 전기장 내에서 전하의 운동을 분석하는 논리적 사고력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2]

[문제4-1]에서 고려한 등전위 가속기에서 가속된 전하가 출구를 통하여 자기장이 걸려 있는 외부로 나올 때 전하는 원운동을 한다. 전하에 작용하는 자기력은 자기장의 세기와 전하의 크기 및 전하의 속력에 의해 결정되고, 이 자기력은 원운동의 구심력으로 작용한다. 제시문 (나)와 (라)에 따라서 자기력과 구심력을 기술하고 위치가 결정된 검출기에 전하가 도달하기 위한 자기장의 세기와 방향을 구한다. 전하의 운동궤적을 구하고 이를 통하여 전하가 전하 검출기에 도달하는 순간의 시각을 구할 수 있다. 제시문 (가), (다)에 따라서 금속판 내부의 전기장의 세기가 전하의 속도에 미치는 영향을 알고 변화된 조건에서 전하의 운동을 기술할 수 있다. [문제4-2]은 자기력과 구심력의 관계를 통하여 전하가 자기장 안에서 등속원운동을 이해하고 이를 통하여 전하의 운동 궤적을 정량적으로 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

2. 예시답안 및 채점기준

예시답안

[문제 4-1] 예시답안

- 등전위 가속기에 발생하는 전기장은 평행한 두 금속판 사이에서 발생하므로 제시문 (가)에 따라서 그 세기는 $E = \frac{V}{d}$ 이고 전기장의 방향은 $+y$ 축 방향이다.
- 입자 A는 균일한 전기장 E 안에서 운동하므로 제시문 (가)와 앞의 결과에 따라서 전기력 $F = qE = q \frac{V}{d}$ 의 힘을 $+y$ 축 방향으로 받고 제시문 (다)에 따라서 $a = \frac{F}{m} = \frac{q}{m} \frac{V}{d}$ 의 가속도로 등가속도 운동을 한다.
- 입자 A의 처음 속도가 0 이므로 제시문 (다)와 앞의 결과에 따라서 시간 t 이후에 속도 $v = at = \frac{q}{m} \frac{V}{d} t$ 를 가지게 된다. 이때 이동거리 d 는 속도-시간 그래프로부터 $d = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \frac{V}{d} t^2$ 이다.

- 위 식으로부터 입자 A가 등전위 가속기의 출구에 도달하는 시간은 $t = \sqrt{\frac{2m}{qV}} d$ 이다.
- 이때 입자 A의 속도는 $v = at = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$ 이다.

[문제 4-1] 채점기준

- 전기장의 세기와 방향을 논리적으로 바르게 제시하면 +2점
 - 등전위 가속기 안에서 입자 A가 가속도 a 를 가지고 등가속도 운동을 보이고 가속도의 크기를 논리적으로 바르게 제시하면 +2점
 - 입자 A의 이동시간을 논리적으로 바르게 제시하면 +3점
 - 입자 A가 출구에 도달하였을 때의 속도를 논리적으로 바르게 제시하면 +3점
- ※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
- ※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2] 예시답안

- 입자 A가 속도 v 를 가지고 자기장 B 와 수직인 방향으로 움직이므로 제시문 (나)에 따라서 각도 θ 는 90° 이고 입자는 자기력 $F = qvB$ 를 받는다.
- 제시문 (라)에 따라서, 입자 A는 자기력에 의한 구심력을 받아 원운동을 하게 된다. 원운동의 반지름은 $r = \frac{mv^2}{F} = \frac{mv}{qB}$ 이고 이 입자가 전하 검출기에 도달하기 위해서는 $2r = D$ 의 조건을 만족하여야 하므로 $B = \frac{2mv}{qD}$ 이다.
- 전하 검출기의 위치가 등전위 가속기의 출구로부터 $+x$ 축 방향에 위치하기 때문에 제시문 (나)에 따라서 자기장 B 의 방향은 지면에서 나오는 방향이다.
- 입자 A가 이동하는 거리는 $\pi r = \pi \frac{D}{2}$ 이고 속력은 v 로 일정하므로 전하 검출기에 도달하는 데 걸리는 시간은 $t = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi D}{2v}$ 이다.
- 등전위 가속기의 전기장의 세기가 $2E$ 가 되면 제시문 (가)에 따라 전기력이 2배가 되고, 제시문 (다)에 따라 계산해 보면 가속된 속도는 $\sqrt{2}$ 배가 된다. 다른 조건이 동일하므로 제시문 (나)에 따라 구심력의 크기는 $\sqrt{2}$ 배가 되고, 제시문 (라)에 따라 원운동의 반지름 또한 $\sqrt{2}$ 배가 된다. 그러므로 전하 검출기의 위치는 등전위 가속기의 출구로부터 $+x$ 축 방향으로 $\sqrt{2} D$ 만큼 떨어진 위치에 있다.

[문제 4-2] 채점기준

- 입자 A에 작용하는 자기장을 바르게 제시하고 입자 A가 등속원운동을 보이면 +4점
 - 입자 A가 전하 검출기에 도달하기 위한 자기장의 세기와 방향을 논리적으로 바르게 제시하면 +8점
 - 물체 A가 검출기에 도달한 시간 t 를 논리적으로 바르게 제시하면 +3점
 - 등전위 가속기의 전기장의 세기 변화 후 검출기의 위치를 논리적으로 바르게 제시하면 +5점
- ※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
- ※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

1. 출전 및 출제 의도

제시문 출전

- [문제 4]** 제시문 (가): 화학 I - 물질의 조성 and 화학 반응식 (p.35, 교학사, 박종석 외)
화학 I - 물질의 양 and 화학 반응식 (p.33, 비상교육, 류해일 외)
화학 I - 물질의 조성 and 구조는 어떻게 알 수 있을까? (p.38, 상상아카데미, 김희준 외)
화학 I - 화합물의 조성 (p.30, 천재교육, 노태희 외)
- 제시문 (나): 화학 I - 탄소 화합물 (p.183, 교학사, 박종석 외)
화학 I - 다양한 구조의 탄소 화합물 (p.166, 비상교육, 류해일 외)
화학 I - 탄소 화합물에는 어떤 다양한 구조를 가진 것들이 있을까? (p.152, 상상아카데미, 김희준 외)
화학 I - 탄소화합물 (p.164, 천재교육, 노태희 외)
- 제시문 (다): 화학 I - 화학 반응식과 양적 관계 (p.38, 교학사, 박종석 외)
화학 I - 화학 반응식 만들기 (p.42, 비상교육, 류해일 외)
화학 I - 물질의 변화는 어떻게 나타낼까? (p.47, 상상아카데미, 김희준 외)
화학 I - 화학 반응에서의 양적 관계 (p.46, 천재교육, 노태희 외)
- 제시문 (라): 화학 II - 반응 속도와 농도 (p.248, 교학사, 박종석 외)
화학 II - 반응 속도식 (p.228, 비상교육, 류해일 외)
화학 II - 반응 물질의 농도는 반응 속도에 어떤 영향을 줄까? (p.216, 상상아카데미, 김희준 외)

출제 의도

- [문제 4]** 본 모의 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정에 대한 전반적인 이해도를 평가하고자 하였다. 화학의 언어에 해당하는 화합물의 조성, 화학식, 화학 반응 등 양적 관계에 대한 이해와 아름다운 분자 세계에 관련된 분자의 구조, 탄소화합물의 다양성 및 구조적 특징에 대한 통합적인 성취도를 평가하고자 하였다. 또한 농도에 따라 변화하는 반응속도와 반응 속도식을 결정하는 방법을 이해하고 화학 반응과 반응 속도식의 상관관계에 대한 전반적인 이해도를 평가하고자 하였다.
- 문제 4-1은 제시문을 통해 화합물을 구성하는 원소들의 성분비를 정확하게 이해하여 실험식과 분자식을 논리적으로 찾아내고, 분자식을 바탕으로 탄화수소의 가능한 구조식을 제시하며, 원소 분석 장치 내에 존재하는 탄화수소를 찾아낼 수 있는 능력을 평가하고자 하였다.
- 문제 4-2는 화학 I에서 다루는 전반적인 화학 반응식과 화학 II에서 다루는 반응 속도에 대한 이해도를 평가하고자 하였다. 여러 가지 화학 변화를 화학 반응식으로 구현해 내고 이 화학 반응의 속도와 농도에 대한 관계 이해도를 평가하고자 하였다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 4-1] 예시답안

- 화학 반응이 일어날 때, 원자가 새로 생기거나 없어지지 않으므로, 반응물 A, B와 결과물 C를 구성하는 원자들을 고려하면 D는 A의 Cl와 B의 H로 만들어진 HCl임을 알 수 있다. Cl의 원자량은 동위원소 비율을 이용하여,
 $35 \times \frac{3}{4} + 37 \times \frac{1}{4} = 35.5$ 이다.
A의 분자량은 C의 원자량 + H의 원자량 + 2 × O의 원자량 + Cl의 원자량으로,
 $12 + 1 + 32 + 35.5 = 80.5$ 이고, D물질 HCl의 분자량은 H의 원자량 + Cl의 원자량으로, $1 + 35.5 = 36.5$ 이다.
- 32.2g의 A는 $\frac{32.2g}{80.5g/\text{몰}} = 0.4\text{몰}$ 에 해당한다. A와 D의 몰수비가 1:1이므로,
D는 $0.4\text{몰} \times 36.5g/\text{몰} = 14.6g$ 생성된다.
- 옥텟규칙을 만족하도록 각 분자의 비공유 전자쌍의 개수를 구하면,



A는 7개, B는 1개, C는 5개, D는 3개이다. 따라서 그 비는 7 : 1 : 5 : 3이다.

- 결합각 α ($\angle\text{OCCl}$), β ($\angle\text{ClCO}$) : 중심원자 탄소는 비공유 전자쌍이 없고, 1개의 이중 결합과 2개의 단일 결합을 가지므로 정삼각 형에 가까운 평면구조를 가진다. 단일 결합에 비해 C=O 이중 결합의 전자 밀도가 높기 때문에 이중 결합과 단일 결합 사이의 반발력이 단일 결합들 사이의 반발력보다 크다 따라서 α 는 120°보다 약간 크고 (~122°), β 는 120°보다 약간 작다 (~117°).
결합각 γ ($\angle\text{HNC}$) : 중심원자 질소는 공유전자쌍 3개, 비공유 전자쌍 1개를 가진다. 비공유 전자쌍의 반발력이 더 크게 작용하므로, 109.5°보다 작은 약 107°도의 결합각을 가진다.
결합각 δ ($\angle\text{COH}$) : 중심원자 산소는 공유전자쌍 2개, 비공유 전자쌍 2개를 가진다. 비공유 전자쌍의 반발력이 더 크게 작용하므로, 109.5°보다 작은 약 104°도의 결합각을 가진다.
즉, $\alpha > \beta > \gamma > \delta$ 순으로 결합각이 작아진다.

[문제 4-1] 채점기준

1. 물질 D가 HCl 인것과, Cl의 원자량이 35.5임을 바르게 구하면 +3점
2. A와 D의 양적 관계를 통해, D가 14.6g 형성됨을 바르게 구하면 +4점
3. 비공유전자쌍의 개수 비 반응 계수의 비, 7 : 1 : 5 : 3을 바르게 구하면 +3점
4. 결합각 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 를 논리적으로 제시하고, 그 크기 관계 $\alpha > \beta > \gamma > \delta$ 를 도출하면 +5점
(논리적 전개를 보여주지 않으면 -3점)

※ 계산을 잘못하면 -1점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 2.0점 추가 점수 부여 가능함

[문제 4-2] 예시답안

- 6개의 p 오비탈($2p_x, 2p_y, 2p_z, 3p_x, 3p_y, 3p_z$)에 전자가 가득 채워져 있고, d 오비탈에 전자가 없는 원소의 바닥상태의 전자 배치는 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6, 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1, 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2$ 가 가능하다. $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ 는 18족인 비활성 기체이고, $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$ 는 1족인 알칼리 금속이며, $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2$ 는 2족인 알칼리 토금속이므로, 이 중 기체 분자를 구성할 수 있는 원소는 비활성 기체뿐이다. 따라서 기체 분자 X는 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ 의 전자 배치를 가진 원자번호가 18인 원소로 이루어진 단원자 분자이다.
- 양성자의 수는 원자번호와 같고, 중성자의 질량이 전체 질량의 55%를 차지한다고 주어졌기 때문에, X의 중성자 수 n에 대해서 $\frac{n}{18+n} = 0.55$ 가 성립한다. 이 식을 풀면 X의 중성자 수가 22라는 것을 알 수 있다. 따라서 질량수는 $18+22 = 40$ 이고, 이는 단원자 분자 X의 원자량이자 분자량과 같으므로 X의 분자량은 $M_1 = 40$ 이다.
- 움직이는 피스톤은 두 기체 분자 X와 Y의 압력이 같은 지점에서 멈추기 때문에, 일정 온도에서 두 기체의 부피비는 몰수비에 비례하게 된다. 분자량이 M_1 인 X기체의 몰수는 $\frac{2}{M_1}$ 이고, 분자량이 M_2 인 Y기체의 몰수는 $\frac{1}{M_2}$ 라고 쓸 수 있으므로,

다음의 비례식이 성립한다.

$$V_1 : V_2 = 4 : 5 = \frac{2}{M_1} : \frac{1}{M_2}$$

$M_1 = 40$ 을 위 식에 대입하면, $M_2 = 16$ 임을 구할 수 있다.

- 기체 분자의 분출 속도는 동일한 압력과 온도에서 분자량의 제곱근에 반비례하므로, 기체 X의 분출 속도 v_1 과 기체 Y의 분출 속도 v_2 사이에는 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}} = \sqrt{\frac{16}{40}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

실린더 안의 기체 분자가 모두 분출되는데 걸리는 시간은 실린더 안에 있는 분자의 몰수에 비례하고 분출 속도에 반비례한다. 기체 분자 X와 Y의 몰수비가 4 : 5 이고, 분출 속도의 비가 $\sqrt{2} : \sqrt{5}$ 이므로 각 기체가 모두 분출되는데 걸리는 시간의 비는 $\frac{4}{\sqrt{2}} : \frac{5}{\sqrt{5}}$ 이다. X가 모두 분출되는데 걸리는 시간이 10초이므로 Y가 모두 분출되는데 걸리는 시간 t_2 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$10 : t_2 = \frac{4}{\sqrt{2}} : \frac{5}{\sqrt{5}} \quad \therefore t_2 = \frac{5\sqrt{10}}{2}$$

[문제 4-2] 채점기준

1. X를 구성하는 원소의 바닥상태 전자 배치로부터 기체 분자 X가 원자번호가 18인 비활성 기체임을 보이면 +2점
2. 중성자의 질량이 전체 질량의 55%임을 이용하여 기체 분자 X의 분자량이 40이라는 것을 보이면 +3점
3. 기체 분자 X와 Y의 몰수비가 부피비와 같음을 알고, 기체 분자 X의 분자량으로부터 기체 분자 Y의 분자량이 16임을 구하면 +5점
4. 기체 분자의 분출 속도가 동일한 온도와 압력에서 분자량에 반비례하는 것을 이용하여 기체 Y가 전부 분출되는데 걸리는 시간을 제대로 구하면 +5점

※ 계산을 잘못하면 -1점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 2점 추가 점수 부여 가능함